

TRANZISZTOROS COLPITTS-OSZCILLÁTORRAL ELŐÁLLÍTOTT HANGFREKVENCIÁS KAOTIKUS JELEK VIZSGÁLATA

ANALYSIS OF AUDIO FREQUENCY CHAOTIC SIGNALS GENERATED WITH TRANSISTOR COLPITTS- OSCILLATOR

Pintér István⁰⁰⁰⁰⁻⁰⁰⁰²⁻²¹⁸⁰⁻⁰⁵⁰⁴ ^{1*}, Kovács Lóránt⁰⁰⁰⁹⁻⁰⁰⁰⁵⁻¹³⁰⁴⁻⁴⁵⁰⁹ ¹

¹ Informatika Tanszék, GAMF Műszaki és Informatikai Kar, Neumann János Egyetem, Magyarország
<https://doi.org/10.47833/2026.1.ENG.015>

Kulcsszavak:

Colpitts-oszcillátor
nemlineáris dinamikai rendszer
kaotikus jel
fázissík
amplitúdó-spektrum

Keywords:

Colpitts-oscillator
nonlinear dynamic system
chaotic signal
phase-plane
magnitude-spectrum

Cikktörténet:

Béérkezett 2025. október 10.
Átdolgozva 2026. március 12.
Elfogadva 2026. március 20.

Összefoglalás

A cikkben tranzisztoros Colpitts-oszcillátorral előállítható, hangfrekvenciás periodikus és kaotikus jelekkel foglalkozunk. Háromféle módszerrel állítottunk elő ilyen jeleket, és ábrázolásukat a vonatkozó szakirodalomban közöltekkel összehasonlítva megállapítottuk, hogy mindhárom módszerrel sikerült a periodikus jeleken kívül hangfrekvenciás kaotikus jeleket is létrehozni.

Abstract

The topic of the paper is generation of audio frequency periodic and chaotic signals using transistor Colpitts-oscillator. The signals were generated with three different methods, and after comparing our signals' illustrative images with those published in the relevant literature, we concluded, that not only periodic, but chaotic signals can be generated, too.

1. Bevezetés

Cikkünk a tranzisztoros Colpitts-oszcillátorral előállított hangfrekvenciás jelekkel végzett, jelenleg is zajló kísérleteinkhez kapcsolódik. A kísérleti munka fő hajtóereje a kíváncsiság: hogyan hangzik az oszcillátor jele. Ugyanis a szakirodalomban szereplő tanulmányok néhány száz kHz-től néhány GHz-ig terjedő, nagy sávzélességű kaotikus jelekről szólnak. A jelen cikkben ismertetett áramköri elrendezés ilyen vonatkozásban különlegesnek számít, mert a hangfrekvenciás sávban működő Colpitts-oszcillátor jelét rögtön meg lehet hallgatni, és így tanulmányozni. Megvalósításunkban az induktivitás folyamatos változtatásával azonnal észlelhetők a különféle jeltípusbeli változások, átmenetek, ami tapasztalataink szerint különleges hangélmény. Azt, hogy az előállított jel kaotikus-e [1] a szemléltető ábrákon kívül a Ljapunov-exponens (λ) idősből becsült értékével jellemeztük, amit a MATLAB Predictive Maintenance Toolbox `lyapunovExponent()` függvényével számítottunk ki.

A címben szereplő oszcillátor névadója Edwin H. Colpitts, aki elektroncsővel működő oszcillátort készített 1918-ban. Ezzel időben szabályosan ismétlődő, periodikus villamos jelet lehetett előállítani. Annak ellenére, hogy az áramköri elrendezés már ilyen régóta ismert, a tudományos érdeklődés iránta jelenleg is élénk. Ennek oka – megítélésünk szerint – Kennedy 1994-es cikke [2], melyben bemutatja, hogy NPN tranzisztoros kapcsolással olyan jelet is elő lehet állítani,

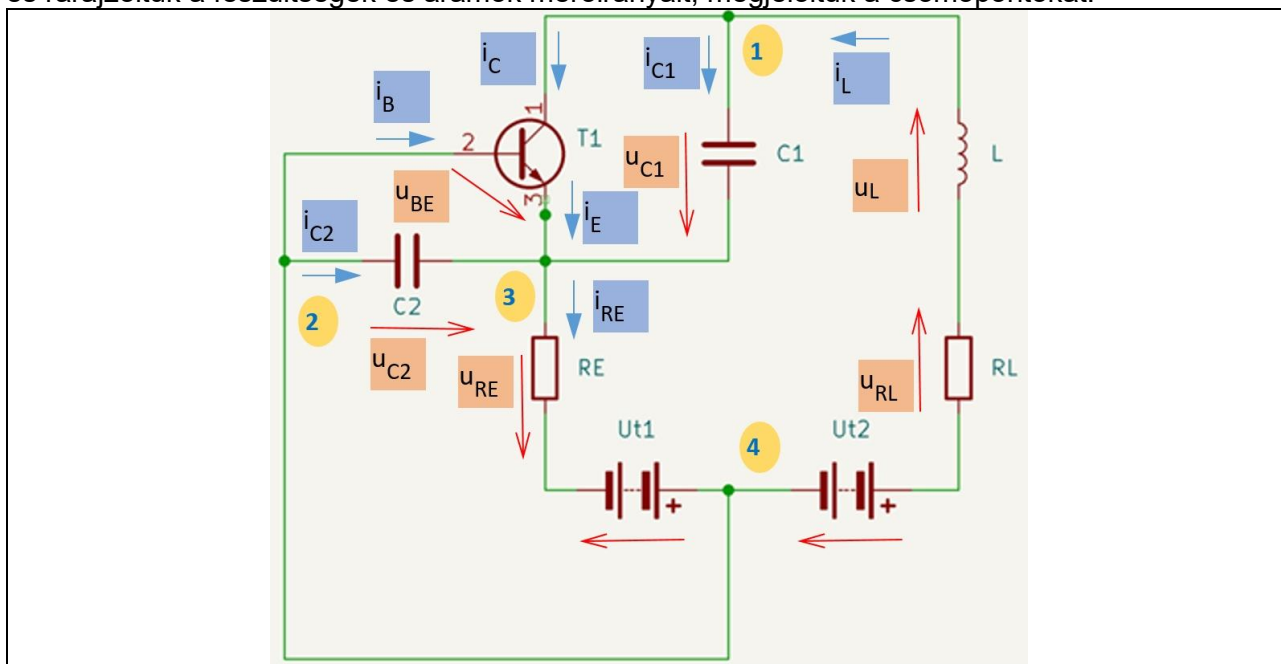
* Kapcsolattartó szerző.
E-mail cím: pinter.istvan@nje.hu

aminek nincs szabályosan ismétlődő jellege; a szerző ezt kaotikusnak nevezi. A cikk az oszcillátor működését a leíró nemlineáris differenciál-egyenletrendszer numerikus megoldásával vizsgálja, és a tranzisztort annak egyszerű, lineáris töréspontos modelljével szerepelteti az egyenletekben. Azóta számos elektronikus kapcsolást dolgoztak ki a kaotikus jelek előállítására; például [3] az NPN tranzisztoros Colpitts-oszcillátoron kívül még további 11 kapcsolási elrendezést ismertet részletesen, megadja a leíró nemlineáris differenciál-egyenletrendszereket, továbbá az előállított kaotikus jelek időfüggvényét, amplitúdó-spektrumát és a fázisikon ábrázolt képét is bemutatja (a továbbiakban ez utóbbit röviden fázisportrénak nevezzük). A Colpitts-oszcillátorról szóló jelenlegi – számunkra elérhető – cikkek közül kiemeljük [4]-et, mely szép ábrákkal szemlélteti a kaotikus jelhez vezető utat. A pontosabb tranzisztor-moddelllel leírt oszcillátor működésének alapos, numerikus elemzésével foglalkozik [5]. A kaotikus oszcillátoroknak az IoT eszközök biztonságos adatátvitelére való alkalmazására irányuló munkát ismerteti [6].

A cikk felépítése a következő. A második részben az NPN tranzisztoros Colpitts-oszcillátor nemlineáris differenciál-egyenletrendszerét vezetjük le a Kirchhoff-egyenletek alapján. Itt mutatjuk be, hogyan állítottuk elő a lineáris töréspontos tranzisztor-modellünket, amihez hasonló (más típusú tranzisztorral) a fentebb hivatkozott cikkekben is használtak. A harmadik részben a differenciál-egyenletrendszer numerikus megoldásával kapott periodikus és kaotikus jeleket mutatjuk be, megadva a szakirodalomban szokásos ábrákat (fázisportré, amplitúdó-spektrum,). A negyedik részben olyan, áramkör szimulációs programmal előállított kaotikus jel látható, amelyben a tranzisztor-modell már valóságosabb, végül az ötödik rész a megvalósított áramkörben mért periodikus és kaotikus jelek digitális tároló oszcilloszkóppal (DSO) végzett megjelenítésével foglalkozik. A cikk következtetésekkel és az irodalomjegyzékkel zárul.

2. Az NPN tranzisztoros Colpitts-oszcillátor leírása a Kirchhoff-egyenletekkel

Az áramkör kapcsolási rajza az 1. ábrán látható. A rajzot a KiCad [7] programmal készítettük, és rárajzoltuk a feszültségek és áramok mérőirányait, megjelöltük a csomópontokat.



1. ábra. Kapcsolási rajz a Kirchhoff-egyenletekhez

A szakirodalmat követve a következő, töréspontos, lineáris tranzisztor-modelllel számoltunk:

$$f(u_{BE}) = i_B = \begin{cases} 0 & u_{BE} \leq U_{th} \\ \frac{u_{BE} - U_{th}}{R_{on}} & u_{BE} > U_{th} \end{cases}, \quad i_C = h_{FE} \cdot i_B = h_{FE} \cdot f(u_{BE}),$$

ahol $u_{BE} = u_{C_2}$ és h_{FE} az áramerősítési tényező; U_{th} és R_{on} jelentésével lentebb foglalkozunk. Írjuk fel célirányosan a csomóponti- és hurokegyenleteket. A csomóponti egyenlet az 1-es csomópontra:

$$\begin{aligned} i_L - i_{C_1} - i_C &= 0 \\ i_{C_1} &= i_L - i_C \\ C_1 \cdot \frac{du_{C_1}}{dt} &= i_L - i_C = i_L - h_{FE} \cdot i_B = i_L - h_{FE} \cdot f(u_{BE}) = i_L - h_{FE} \cdot f(u_{C_2}) \\ C_1 \cdot \frac{du_{C_1}}{dt} &= i_L - h_{FE} \cdot f(u_{C_2}) \end{aligned}$$

A hurokegyenlet az 1-3-2-4-1 hurokra:

$$\begin{aligned} -Ut_2 + u_{R_L} + u_L + u_{C_1} - u_{C_2} &= 0 \\ u_L &= Ut_2 - R_L \cdot i_L - u_{C_1} + u_{C_2} \\ L \cdot \frac{di_L}{dt} &= Ut_2 - R_L \cdot i_L - u_{C_1} + u_{C_2} \end{aligned}$$

A csomóponti egyenlet a 4-es csomópontra:

$$\begin{aligned} i_{R_E} - i_L - i_{C_2} - i_B &= 0 \\ i_{C_2} &= i_{R_E} - i_L - i_B = \frac{u_{R_E}}{R_E} - i_L - f(u_{BE}) = \frac{u_{R_E}}{R_E} - i_L - f(u_{C_2}) \\ C_2 \cdot \frac{du_{C_2}}{dt} &= \frac{u_{R_E}}{R_E} - i_L - f(u_{C_2}) \end{aligned}$$

A hurokegyenlet a 3-2-4-3-es hurokra:

$$\begin{aligned} Ut_1 - u_{R_E} - u_{C_2} &= 0 \\ u_{R_E} &= Ut_1 - u_{C_2} \end{aligned}$$

Ezzel:

$$C_2 \cdot \frac{du_{C_2}}{dt} = \frac{Ut_1 - u_{C_2}}{R_E} - i_L - f(u_{C_2})$$

Összefoglalva, a megoldandó nemlineáris differenciálegyenlet-rendszer a következő:

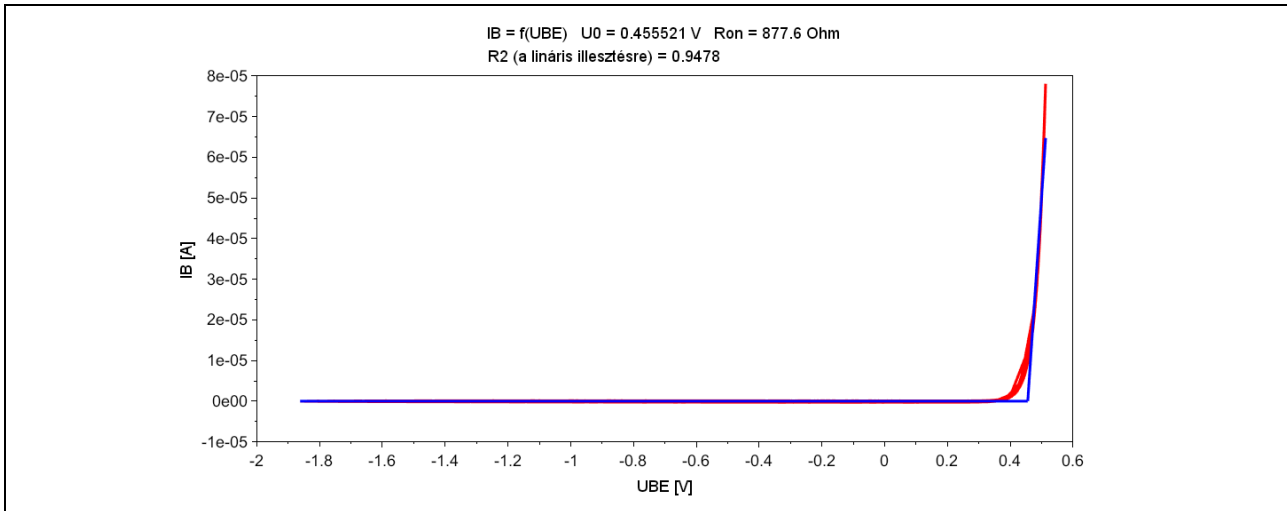
$$C_1 \cdot \frac{du_{C_1}}{dt} = i_L - h_{FE} \cdot f(u_{C_2}) \quad (1)$$

$$C_2 \cdot \frac{du_{C_2}}{dt} = \frac{Ut_1 - u_{C_2}}{R_E} - i_L - f(u_{C_2}) \quad (2)$$

$$L \cdot \frac{di_L}{dt} = Ut_2 - R_L \cdot i_L - u_{C_1} + u_{C_2} \quad (3)$$

A tekercs ellenállása $R_L = R_{L0} + R_1$, ahol R_{L0} a tekercselés huzalellenállása, R_1 az áramköri megvalósításakor a tekercselés sorba kapcsolt ellenállás.

A tranzisztor-modellben szereplő U_{th} küszöbfeszültséget és az R_{on} ellenállást a következő pontban ismertetett KiCad-szimulációval kapott karakterisztika segítségével határoztuk meg. A számítás alapja az a megfigyelésünk, hogy a kaotikus jel lefutása során a bázis-emitter feszültség - bázisáram karakterisztika pontjai elegendően részletesen szerepelnek ahhoz, hogy a közel lineáris szakaszra egyenest tudjunk illeszteni. Ennek nullahelye adja meg a küszöbfeszültséget, meredekségének reciproka a szóban forgó ellenállást. A 2. ábrán a karakterisztika (piros) és az illesztett egyenes (kék) látható. Az illesztés jóságát mutató korrelációs együttható négyzete 0,9478. A számításokat a [colpitts_UBE_IB.sce](#) Scilab-programmal [8] végeztük.



2. ábra. A lineáris, töréspontos tranzisztor modell meghatározása

Egy demonstrációs célra készített áramkör alkatrészeinek mért értékei és a tranzisztor-modell adatai az 1. Táblázatban láthatók.

1. Táblázat. A mért értékek, a küszöbfeszültség és az ellenállás

Mért értékek									
h_{FE}	BC 546B	R_{L0} [Ω]	L [mH]	C_1 [nF]	C_2 [nF]	U_{t1} [V]	U_{t2} [V]	R_E [Ω]	R_1 [Ω]
400		360	85,6	503	229	+3	+3	2200	15,6
KiCad szimulációt követő, egyenes illesztéssel számított értékek (BC 546B tranzisztorral)									
U_{th}			0,455521 V			R_{on}		877,6 Ω	

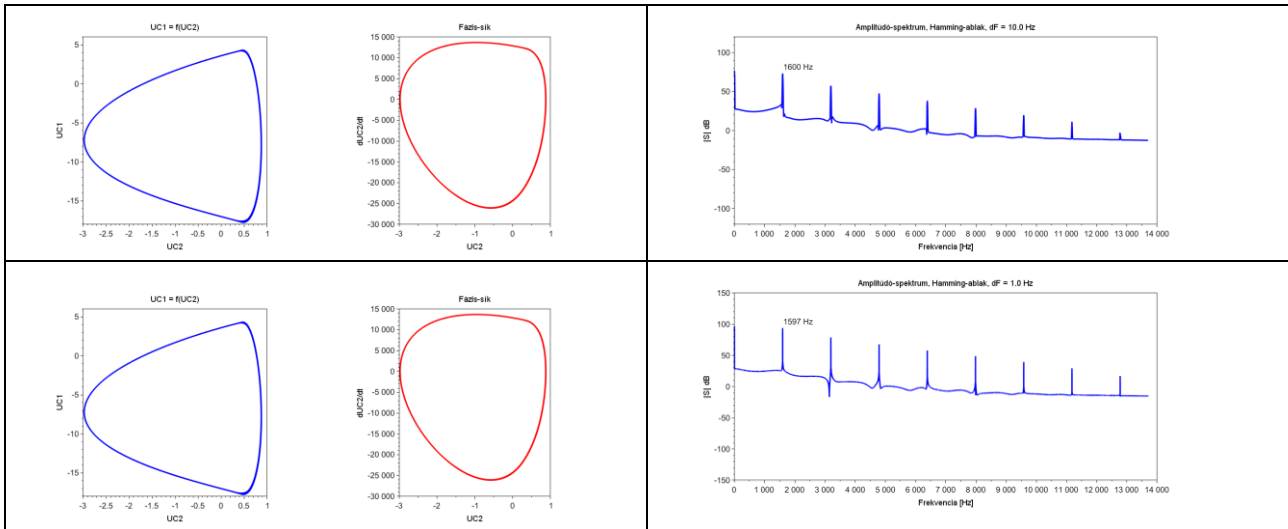
3. Periodikus és kaotikus jelek előállítása a differenciál-egyenletrendszer numerikus megoldásával

A 2. szakasz nemlineáris differenciál-egyenletrendszere nem oldható meg zárt alakban. A numerikus megoldást a `colpitts_ode.sce` Scilab-programmal határoztuk meg. A differenciál-egyenletrendszer paraméteresen is megadható, esetünkben a következő (a tranzisztor töréspontos, lineáris karakterisztikáját megvalósító függvény neve `uBE2iB()`):

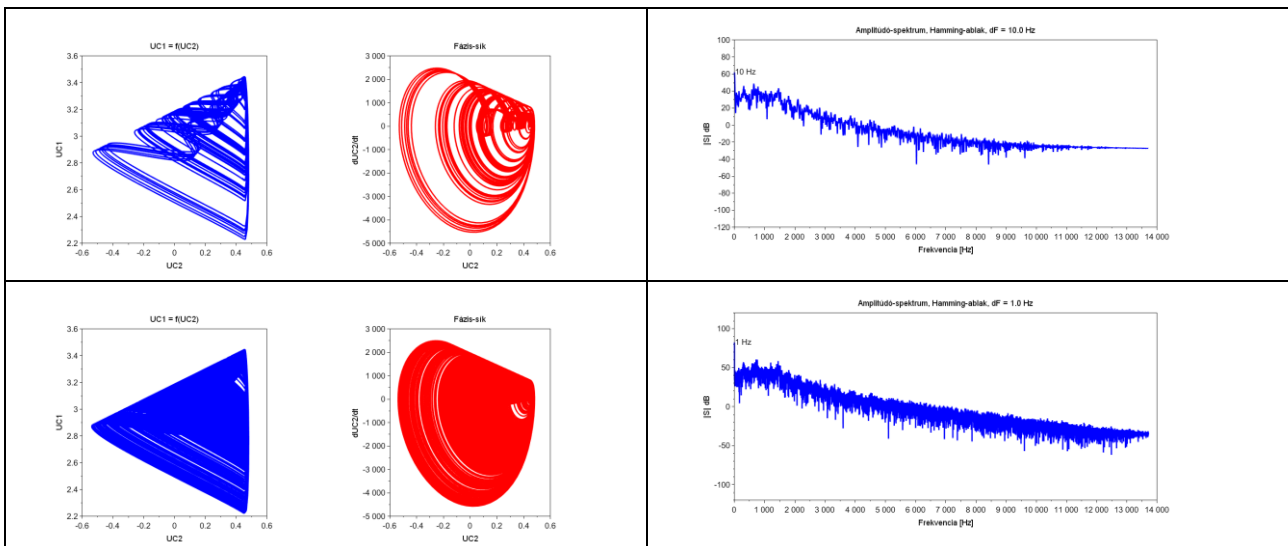
2. Táblázat. A differenciál-egyenletrendszert definiáló függvény

```
function dydt=colpitts_diff_eq(t, y, C1, C2, RL, L, Ut2, Ut1, RE, hFE)
    dydt(1) = (y(3) - hFE*uBE2iB(y(2)))/C1;
    dydt(2) = ((Ut1 - y(2))/RE - y(3) - uBE2iB(y(2)))/C2;
    dydt(3) = (Ut2 - RL*y(3) - y(1) + y(2))/L;
endfunction
```

A következő ábrák számításainál mindhárom állapotváltozó (u_{C1} , u_{C2} , i_L) kezdeti értékének mérőszáma zérus volt, a differenciálegyenlet megoldásához az időköz 10 μ s. Az R_E ellenállás előző pontban ismertetett mért értékétől el kellett térnünk a megfelelő tulajdonságú jel előállítása érdekében. Ennek okát abban látjuk, hogy az alkalmazott tranzisztor-modell erősen közelítő jellegű. Igaz viszont, hogy így is sikerült mind periodikus, mind kaotikus jeleket előállítani mindössze az R_E változtatásával, rögzített L mellett. A periodikus esetben $R_E = 220 \Omega$, a kaotikusban $R_E = 10 \text{ k}\Omega$ értékekkel számoltunk, az induktivitás értéke $L = 85,6 \text{ mH}$ volt. A megoldást rendre 0,1 s és 1 s időtartamra végeztük mindkét esetben. A fázisportré a 10 ms-os tranziens elhagyása után megmaradt jellel és a hárompontos differencia-képzéssel becsült deriválttal készült. Mivel több cikkben nem ezt, hanem az $u_{C1} = f(u_{C2})$ függvényt adták meg, ezt is felrajzoltuk (3., 4. ábra).



3. ábra. Periodikus jel előállítása a differenciál-egyenletrendszer numerikus megoldásával (fölső sor: 0,1 s, alsó sor: 1 s időtartamú jel; $L = 85,6 \text{ mH}$, $R_E = 220 \Omega$)

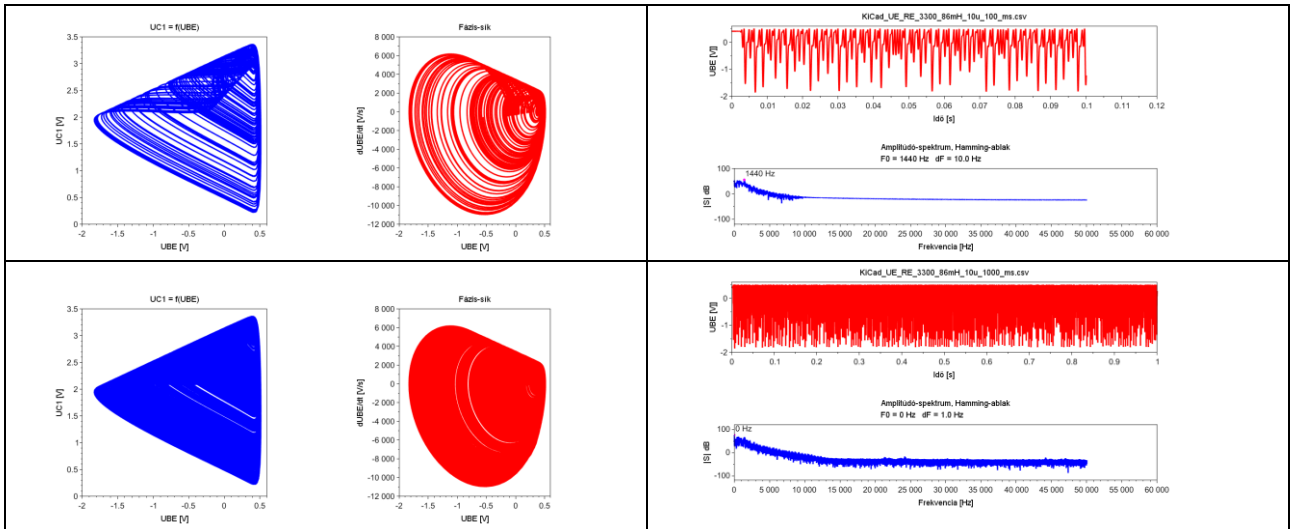


4. ábra. Kaotikus jel előállítása a differenciál-egyenletrendszer numerikus megoldásával (fölső sor: 0,1 s, alsó sor: 1 s időtartamú jel; $L = 85,6 \text{ mH}$, $R_E = 10 \text{ k}\Omega$)

A periodikus esetben a fázissíkon láthatóan kirajzolódik a határciklus, míg az amplitúdó-spektrumon felismerhető az alapharmonikus és felharmonikusai. A Ljapunov-exponens becslést értéke a 100 ms-os jelre $\lambda \approx 0,0002$ (100 ms). A kaotikus esetben a fázissík egy tartományát az idő előrehaladtával egyre inkább befedik a pontok, tehát nem alakul ki határciklus, továbbá az amplitúdó-spektrumban sincs jellegzetes szerkezet; itt $\lambda \approx 0,3747$ (100 ms).

4. Kaotikus jel előállítása áramkör-szimulációs programmal

A Colpitts-oszcillátor kapcsolását megrajoltuk a KiCad programmal is úgy, hogy az elkészített áramkörnek minél jobban feleljen meg és áramkör-szimulációt is lehessen végezni. Ebben a szakaszban a kaotikus jel ábráit mutatjuk be. A szimulációval kapott jelértékeket .csv fájlba lehet menteni. A vonatkozó szakirodalomban látható ábrázolásnak megfelelő diagramokat ebből kiindulva készítettük el a `colpitts_KiCad_sim.sce` Scilab programmal (5. ábra). A fázisportréhoz a deriváltat itt is a hárompontos differenciaképzéssel közelítettük.

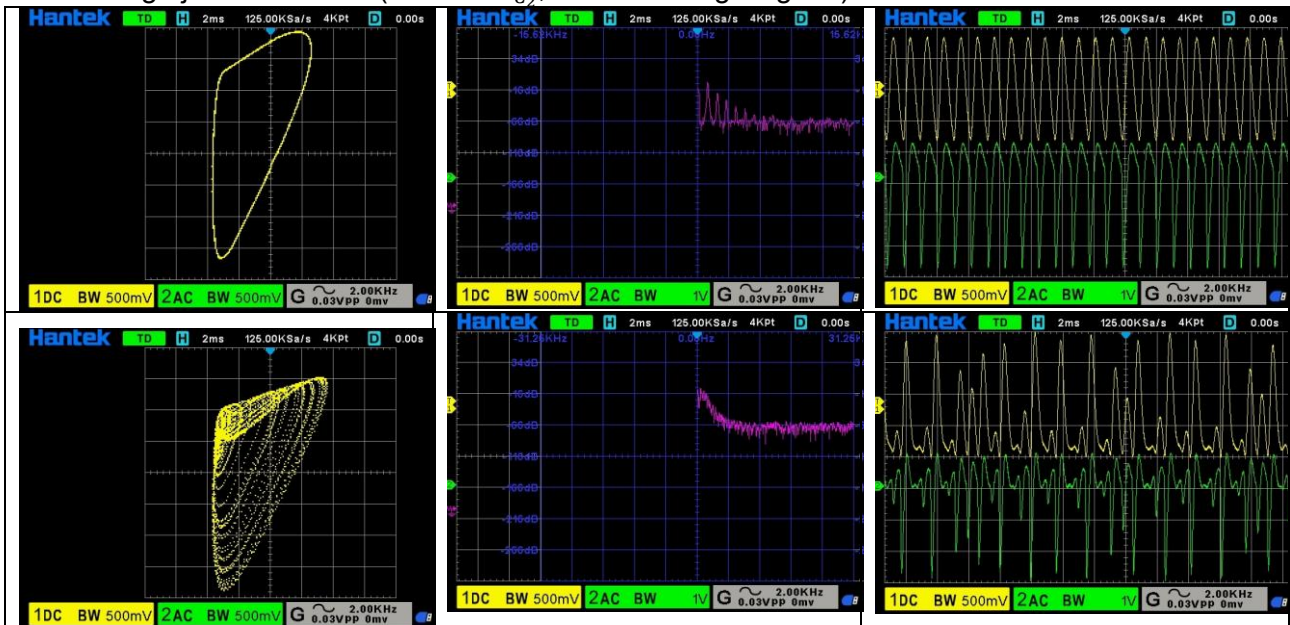


5. ábra. Kaotikus jel előállítása KiCad szimulációval
(felső sor: 0,1 s, alsó sor: 1 s időtartamú jel; $L = 85,6 \text{ mH}$, $R_E = 3,3 \text{ k}\Omega$)

Az ábrán átható, hogy a fázissík egy tartományát az idő előrehaladtával itt is egyre inkább befedik a pontok, tehát nem alakul ki határciklus, továbbá az amplitúdó-spektrumban sem látható jellegzetes szerkezet; itt $\lambda \approx 0,3496$ (100 ms).

5. A kaotikus jel vizsgálata DSO-val

A szolenoiddal elkészített áramkörben az *induktivitás* értéke változtatható úgy, hogy a légmagos tekercsbe nagy relatív permeabilitású fémrudat helyezünk. Az 1. ábra jelöléseit használva a 6. ábra bal oldali oszlopában az egyszerűség kedvéért a 3-as csomópont feszültségének (u_{C_2}) függvényében ábrázoltuk az 1-es csomópont feszültségét ($u_{C_1} + u_{C_2}$). A 6. ábrán középen látható kép az u_{C_2} feszültség egyoldalas amplitúdó-spektrumának becslése. A jobb oldali oszlopban a szóban forgó jelek láthatóak (felső az u_{C_2} , ezt lehet meghallgatni).



6. ábra. Periodikus és kaotikus jel vizsgálata DSO-val
(felső sor: $L = 386 \text{ mH}$, $R_E = 2,2 \text{ k}\Omega$, alsó sor: $L = 85,6 \text{ mH}$, $R_E = 2,2 \text{ k}\Omega$)

Itt is megállapíthatjuk azt, amit a 3. pontban már láthattunk, nevezetesen, hogy a periodikus esetben kirajzolódik a határciklus, és az amplitúdó-spektrumban felismerhető az alapharmonikus és

felharmonikusai; itt $\lambda \approx 0,0631$ (32 ms). A kaotikus esetben nem alakul ki határciklus, továbbá az amplitúdó-spektrumban sincs jellegzetes szerkezet és $\lambda \approx 0,1951$ (32 ms). (Megjegyzés: a jelszakasz hossza itt nem 100 ms, hanem 32 ms, mivel a DSO 4000 mintát képes tárolni, és a mintavételi frekvencia 125 kS/s.)

6. Következtetések

A cikkben periodikus és kaotikus, hangfrekvenciás jelek előállításával foglalkoztunk, amihez tranzisztoros Colpitts-oszcillátort használtunk. A jelek előállítására három, különböző módszert mutattunk be: mind a nemlineáris differenciálegyenlet-rendszer numerikus megoldásával, mind az áramkör-szimulációval, mind a megépített áramkör DSO-val végzett mérésével kapott ábrák jellegükben megfelelnek a vonatkozó szakirodalomban közölteknek. A cikkben ismertetett eredményeink alapján további kutatási feladatként felmerült a csatolt kaotikus, tranzisztoros Colpitts-oszcillátorok vizsgálata.

Irodalomjegyzék

- [1] K. Alligood, T. D. Sauer, J. A. Yorke: CHAOS An Introduction to Dynamical Systems. Springer Verlag, 1996. ISBN 0-387-94677-2
- [2] M. P. Kennedy: Chaos in the Colpitts oscillator. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, vol. 41, no. 11, pp. 771-774, Nov. 1994, DOI: 10.1109/81.331536
- [3] Kuznetsov S.P.: Simple electronic chaos generators and their circuit simulation. Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics, 2018, vol. 26, no. 3, pp. 35–62. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-35-62
- [4] F. Behzad, M. Hamdipour: Detailed investigation of chaos in a Colpitts oscillator. Pramana – J. Phys. (2021) 95:2. DOI: 10.1007/s12043-020-02040-6
- [5] Zbigniew, G.: Rigorous numerical study of the Colpitts oscillator with an exponential nonlinearity. Chaos 33, 013138 (2023) DOI: 10.1063/5.0090158
- [6] Cirjulina, D.; Babajans, R.; Capligins, F.; Kolosovs, D.; Litvinenko, A. Experimental Study on Colpitts Chaotic Oscillator-Based Communication System Application for the Internet of Things. Appl. Sci. 2024, 14, 1180. DOI: 10.3390/app14031180
- [7] <https://www.kicad.org/>
- [8] <https://www.scilab.org/>