

PRÓBATEST GEOMETRIA OPTIMALIZÁLÁSA SÍKALAKVÁLTOZÁSI ÁLLAPOTRA

OPTIMIZATION OF TEST GEOMETRY FOR PLANE STRAIN CONDITION

Borbély Richárd^{0000-0003-3391-2666D 1,4*}, Kecskés Bertalan², Keresztes Róbert Zsolt^{0000-0001-8838-1933 3,4}
Béres Gábor József^{0000-0002-1496-5618 1}

¹ Innovatív Járművek és Anyagok Tanszék, Neumann János Egyetem, Magyarország

² HILTI Szerszám Kft., Magyarország

³ Műszaki intézet, Magyar Agrár- és Élettudományi Egyetem, Magyarország

⁴ Műszaki Tudományok Doktori Iskola, Magyar Agrár- és Élettudományi Egyetem, Magyarország

<https://doi.org/10.47833/2026.1.ENG.005>

Kulcsszavak:

Alakítási határdiagram
Nakajima-féle vizsgálat
Lemezalakítás

Keywords:

Forming Limit Diagram
Nakajima-test
Sheet-metal forming

Cikktörténet:

Beérkezett 2025. szeptember 18
Átdolgozva 2026. február 1
Elfogadva 2026. február 4

Összefoglalás

A lemezanyagok alakítási határdiagramjainak felvétele egészen az 1960-as évek elejétől kezdve foglalkoztatja a kutatókat. A kezdetleges felvételi módszereket a technológiai fejlődésnek és a nagyszámú empirikus kísérleteknek köszönhetően időről-időre felülvizsgálták, fejlesztették, hatékonyabbá tették. A kutatók képzeletbeli tudásbázisát tovább bővítve alkottunk meg kutatásunkban nagyszilárdságú lemezanyagokhoz egy optimalizált próbatest geometriát numerikus szimulációkat és a MSZ EN ISO 12004-2 szabvány előírásait felhasználva, kifejezetten az FLC0 pont vizsgálatához. Ennek köszönhetően nagy pontossággal meghatározható, hogy mely próbatest reprezentálja az alakítási határdiagram legkritikusabb pontját, a síkalakváltozáshoz tartozó határértéket a HCT780X anyag esetében.

Abstract

Since the early 1960s, researchers have been interested in capturing forming limit diagrams (FLDs) for sheet materials. With advances in technology and numerous empirical experiments, these initial recording methods have been periodically reviewed and refined to improve their efficiency. To further expand the collective knowledge base, we developed an optimized specimen geometry specifically for investigating the FLC0 point of high-strength sheet materials using numerical simulations and the prescription of MSZ EN ISO 12004-2 standard. The obtained geometry enables the highly accurate determination of the most critical point on the FLD of high-strength steel HCT780X: the limit value associated with plane strain.

1. Bevezetés

A különböző minőségű fémlemezok, mint kiinduló anyagok számos különböző iparágban megtalálhatók. Legnagyobb felvevő piacuknak az autóipart tekinthetjük, ahol a karosszéria látvány elemein felül a vázszerkezet elemeinek előállítására használják azokat. Szintén a mindennapokban

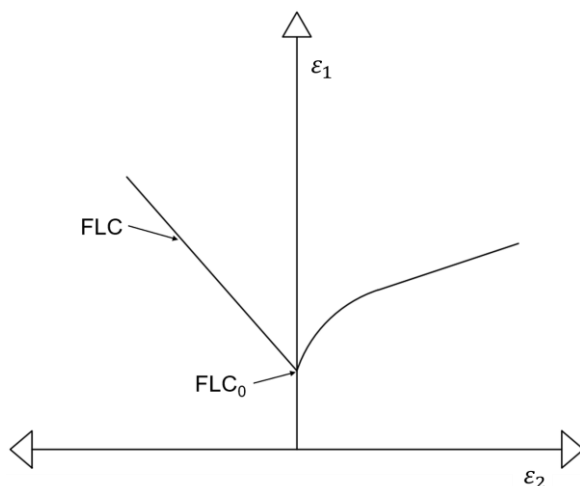
* Kapcsolattartó szerző.
borbely.richard@nje.hu

találkozhatunk a háztartási gépipar termékeivel, ahol a készülékek, termékek burkolatainak és szerkezeti elemeinek előállításához használnak lemezanyagokat. Ezen felül megtalálhatók még az építőiparban, elektronikai-és gépiparban, de a csomagolások területén is találkozhatunk velük konzervdobozok és fém csomagolóanyagok formájában. A lemezanyagok beágyazódása a különböző iparágakba jól reprezentálja jelentőségüket, amely számos kutatást indikált a múltban és a jelenben is. A lemezanyagok mechanikai paraméterei, azok alakítása különböző környezetben, illetve viselkedésük adott kondíciók között gyakran kutatott témakörök.

A mai modern végeselemes szoftverek elterjedése pedig teret adott annak, hogy a fent említett paraméterek megfelelő ismeretében, egyre pontosabb, hatékonyabb és gyorsabb tervezést tudjunk végrehajtani a végtermék optimalizálása tekintetében. Ahhoz viszont, hogy a folyamat hatékonyra váljon, nem elég, hogy a szimulációs szoftverek képesek gyors, pontos számítások végrehajtására, az anyagtulajdonságok megismerésére szolgáló vizsgálati módszerek fejlesztése is szükséges lépés. Ez indikálta kutatásom témáját, amelyben az alakítás határdiagram kiszervezéséhez szolgáló próbadarabok geometriáját optimalizáltam nagyszilárdságú, kettős szövetszerkezetű lemezanyagra vonatkozóan.

A lemezanyagok alakítási határdiagramjainak felvétele az 1960-as évek nyúlik vissza, amikor is Keeler és társai, [1] az alakítandó lemez felületére felvitt mérőháló segítségével képesek voltak detektálni az alakítás közben fellépő fő-alakváltozások mértékét, a mérőháló torzulásain keresztül. A teljes alakváltozási állapotra vonatkozó kiegészítést 1968-ban Goodwin [2] ismertette. A következő nagy áttörést Ayres és Brewer [3] érte el, akik megalkották az első számítógéppel-segített alakváltozás mérő rendszert, amely jelentősen elősegítette a nagyszámú kísérletek elvégzését. A ma ismeretes kísérleti módszerek közül, amelyek az alakítási határdiagramok meghatározására szolgálnak a két leghíresebb a Nakajima [4] és Marciniak [5] féle húzópróba. Mindkét vizsgálat húzó igénybevétellel szemben vizsgálja az anyag alakítási határát, azaz szolgáltatja az alakítási határgörbét, a különbség csupán az alakító-szerszámok geometriájában található. Míg a Nakajima-vizsgálat esetében félgömb végződésű, addig a Marciniak-féle vizsgálat esetében lapos bélyeg áll rendelkezésre.

Vizsgálati módszerük az iparból jövő tapasztalatokkal kiegészülve, illetve a technológia fejlődésének köszönhetően 2008-ban szabványosításra került [6]. Ezen szabvány előírásait figyelembe véve dolgoztuk ki a saját céljainkat legjobban segítő próbatest geometriai kialakítását, amely nagyszilárdságú lemezanyagok esetén alkalmazható. A kialakítás során az alakítási határdiagram egy nevezetes pontjának meghatározását, a síkalakváltozási állapot ($FLC_0 \Rightarrow \varepsilon_2 = 0$) (1.ábra) felvételét céloztuk meg. Ennek oka, hogy az alakítás szempontjából ezen állapot tekinthető a legkritikusabbnak, ugyanis a tönkremenetelt okozó nagyobbik főalakváltozási érték itt a legkisebb, tehát az alakítás során ebben a feszültségi állapotban jön létre leghamarabb a kontrakció (amennyiben létre jön) és az ezt követő szakadás. Az 1. ábra mutatja az alakítási határdiagramot (FLD), továbbá az alakítási határgörbét (FLC), és a görbéhez tartozó síkalakváltozási állapotban mért (FLC_0) nagyobb- (ε_1) és kisebb (ε_2) alakváltozásokat.

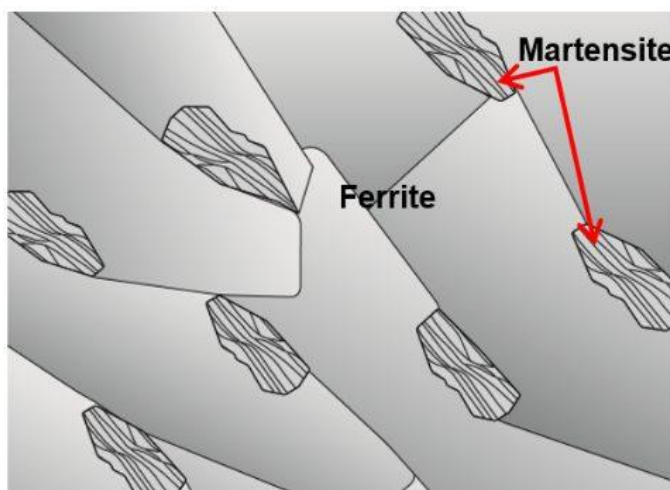


1. ábra: Az alakítási határgörbe sematikus ábrázolása

2. Kutatáshoz használt módszerek és az alkalmazott lemezanyag

2.1. Anyagválasztás

A kettős szövetszerkezetű acélok a második generációs, nagy szilárdságú acélok közé tartoznak, és széles körben alkalmazzák azokat az autópárházban. Ezek az acélok a ferrit és martenzit szövetelemek kombinációjára épülnek, ahol a lágyabb ferrit jó alakíthatóságot biztosít, míg a kemény martenzit nagy (szakító)szilárdságot eredményez. Az anyag tulajdonságait a ferrit/martenzit szövetelem arány és a martenzit-szigetek eloszlása határozza meg, ami meghatározza a feszültségeloszlás homogenitását és az anyag viselkedését alakváltozás közben. A kettős szövetszerkezetű acélok jellemzője, hogy nagy szakítószilárdsággal bírnak, viszont nem rendelkeznek kifejezett folyáshatárral. A martenzit aránya általában 5–30%, de nagyobb szakítószilárdságú acélok esetében akár 40% is lehet. Ezek az acélok különösen alkalmasak a járművek biztonságosabbá tételére, mivel növelik a szerkezet merevségét vagy épp energia elnyelő képességét (a fázisok arányától függően), anélkül, hogy jelentősen növelnék a jármű tömegét, ami az üzemanyag-fogyasztás csökkenéséhez is hozzájárul [7]. Tanulmányunkban mi a HCT780X lemezanyagot vizsgáltuk, mely 1 mm névleges lemezvastagsággal rendelkezett.



2. ábra: a kétfázisú acélok szövetszerkezetének sematikus ábrázolásai [8]

2.2. Mechanikai paraméterek kísérleti meghatározása

A vizsgált lemezanyag mechanikai paramétereinek meghatározásához szabványos, lemez-szakítópróbát alkalmaztunk [9]. Az anizotrópia jelenségét figyelembe véve, a szakítóvizsgálatokhoz a próbadarabok a hengerlési irányhoz képest 0°, 45°, 90°-ban lettek kimunkálva, minden esetben 3-3 db. A teszt során a szakítóberendezés keresztfej mozgási sebessége 4 mm/min volt, ami hozzávetőlegesen 8×10^{-4} 1/s kezdeti alakváltozási sebességet eredményezett. A teszteket szobahőmérsékleten végeztük.

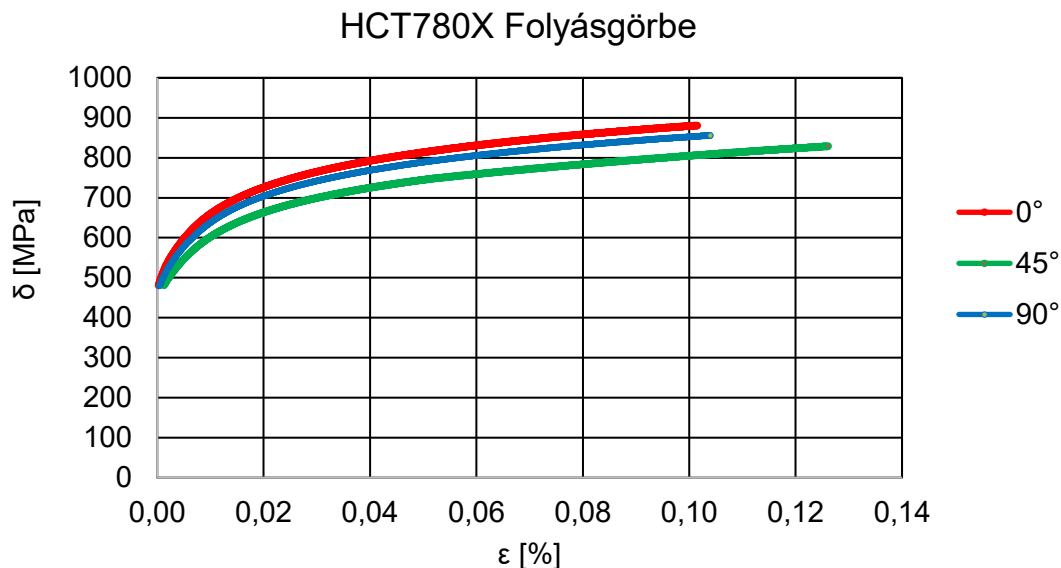
A felhasznált anyagok szakítóvizsgálattal meghatározható alapvető mechanikai tulajdonság jellemzőit a következő táblázat szemlélteti, amelyben R_m a szakítószilárdságra, $R_{p0,2}$ a 0,2% képlékeny alakváltozáshoz tartozó folyáshatárra, A_g az egyenletes, míg A_{80} a teljes nyúlásra utal. Az átlagos normál anizotrópia mértékét az r -érték jelöli.

1. táblázat Felhasznált anyag alapvető mechanikai paramétere

	$R_{p0,2}$ (MPa)	R_m (MPa)	A_g (%)	A_{80} (%)	r
HCT780X	468	761	10,9	15,5	0,80

A vizsgált anyagból különböző orientációval kimunkált (0°, 45°, 90°) próbatestek szakítóvizsgálati eredményeiből folyásgörbéket képeztünk, majd a folyásgörbét leíró egyenletekkel

közelítettük a kapott görbéket, amelyek később a szimulációk során szolgáltak hasznos információul. Egy-egy reprezentatív folyásgörbét a 3.ábra mutat be.



3.ábra HCT780X folyásgörbék eltérő hengerlési irányokban

2.3. Numerikus vizsgálatok felépítése

A szimulációk során az AutoFormR7 végeelemes szoftvert használtuk. A szoftver napjaink egyik legkorszerűbb végeelemes szoftvere, amelyet széles körben alkalmaznak a lemezalakítás területén. Számos mérnöki területen nyújt támogatást, beleértve az alkatrész-, folyamat-, szerszám- és technológiatervezést. Különböző geometriai formátumok importálására is lehetőséget biztosít, ezáltal valóság-hű szimulációs környezet kialakítását teszi lehetővé. A tervezés egymást követő fázisokon keresztül történik, majd ezt követően kerül sor a szimuláció és a kiértékelés elvégzésére.

2.3.1. Anyagtulajdonságokat meghatározó paraméterek

A numerikus vizsgálatok felépítése során először létrehoztuk a szakítóvizsgálatok eredményeit alapul véve, a valóságban használt anyagunk szimulációs környezetben alkalmazott anyagkártyáját. Ennek létrehozásához az anyag alapvető mechanikai paraméterein felül számos egyéb, az anyagot jellemző paraméter megadása volt még szükséges. Az anyag képlékeny alakváltozását leíró folyási feltételek közül, az egyik leggyakrabban alkalmazott modellt, a Barlat'89-féle [10] folyási feltételt alkalmaztuk, amelynek az egyszerűsített leírását a (2) egyenlet adja meg.

$$f(\sigma) = a|\sigma_1|^M + a|h\sigma_2|^M + c|\sigma_1 - h\sigma_2|^M = 2\bar{\sigma}^M \quad (2)$$

Itt σ_1 és σ_2 a folyás megindulásához szükséges főfeszültségeket jelöli, továbbá a , c és h a képlékenységtani anizotrópiára utaló paraméterek ((3) és (4) egyenletek). A kitevőben szereplő M a kristályszerkezet sajátosságait veszi figyelembe, amely értéke térben középpontos rácsszerkezetű fémeknél: 6.

$$a = 2 - c = 2 - 2 \sqrt{\frac{r_0}{1+r_0} \frac{r_{90}}{1+r_{90}}} \quad (3)$$

$$h = \sqrt{\frac{r_0}{1+r_0} \frac{1+r_{90}}{r_{90}}} \quad (4)$$

A modell ezáltal kifejezetten alkalmas a fémek anizotróp viselkedésének pontos leírására. A szükséges r értékeket a korábban ismertetett szakítóvizsgálatokból kaptuk meg. Ezeket az értékeket a 3.táblázat foglalja össze.

3.táblázat HC780X anizotrópia értékei

	r_0	r_{45}	r_{90}	M
HCT780X	0,88	0,87	1,08	6

Egy másik fontos paraméter az anyagok nemlineáris viselkedését leíró, ún. folyásgörbék, A folyásgörbék megmutatják a pillanatnyi alakváltozás (ϵ) és a hozzá tartozó folyási határfeszültség (σ_f) közötti kapcsolatot. A szimulációk során az egyik legelterjedtebb folyásgörbe egyenletet, a Swift-Hockett-Sherby féle [11] közelítést alkalmaztuk. A modell a következő egyenletek kombinációjaként írható le (5) és (6):

$$\sigma_f = \sigma_{sat} - (\sigma_{sat} - \sigma_i) \cdot e^{-a \cdot \epsilon^p} \quad (5)$$

$$\sigma_f = C(\epsilon_0 + \epsilon)^m \quad (6)$$

ahol σ_{sat} érték a telítődési feszültség, míg σ_i paraméter a kezdeti folyáshatár, illetve C , ϵ_0 és m a Swift egyenlet további együtthatói [12],

A Swift-Hockett-Sherby féle egyenlet paraméterei szintén szakítóvizsgálatból kapott kísérleti folyásgörbékől határozhatók meg. Ezeket az adatokat a 4.táblázat foglalja össze, az átlagos értékeket feltüntetve.

4.táblázat Felhasznált anyag folyásgörbéjének leírásához használt paraméterek

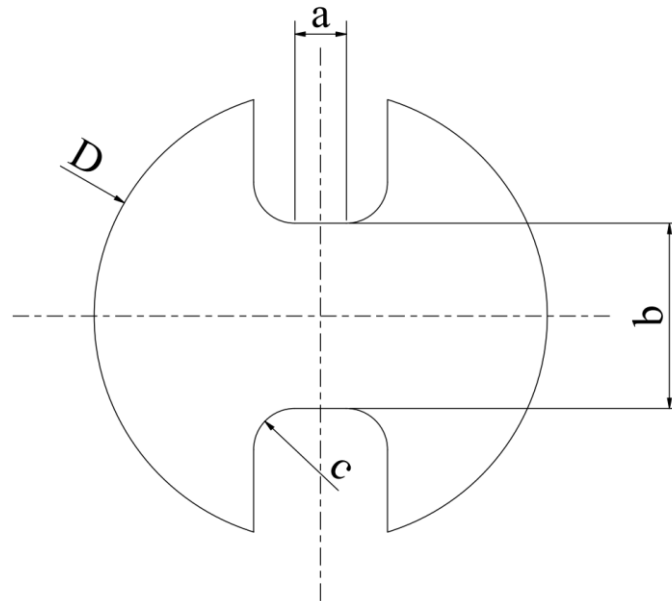
		Folyásgörbe elmélet						
		Swift			Hockett-Sherby			
Anyag	s (mm)	ϵ_0	m	C (MPa)	σ_i (MPa)	σ_{sat} (MPa)	a	p
HCT780X	1	0,0109	0,278	1637	469	945	35,9	1,2

Tekintve, hogy a szimulációk során az alakíthatósági tulajdonságokat vizsgáltuk, szintén fontos bemeneti paraméter a felhasznált anyag alakítási határdiagramja.

Az alkalmazott modellt F.Cayssials állította fel, amely kifejezetten (hidegen) hengerelt, anizotróp acélok tönkremeneteli viselkedésének leírására szolgál. Nagy előnye, hogy az alakítási határdiagram meghatározásához szakítóvizsgálatból kinyerhető adatokat használ, amelyeket már a korábban említett szakítóvizsgálat alapján fel tudunk venni [13]. Az említett modell az 1. táblázatban bemutatott értékek közül az A_{g90} és R_{m90} értékeit használja fel.

2.3.2. Geometriák implementálása a szimulációkba

A próbatestek méreteinek meghatározásánál a Nakajima vizsgálathoz alkalmazott MSZ-EN-ISO-12004-2:2021 (Fémek. Lemez és szalag alakváltozási határgörbéinek meghatározása. 2. rész: Az alakváltozási határgörbék meghatározása laboratóriumban) szabvány geometriai kialakítását, paramétereit vettük alapul. A méretek meghatározásánál más kutatók által korábban alkalmazott próbatest kialakításokat is figyelembe vettünk és így határoztunk meg egyéni méreteket. A próbatest alakját és paraméterezett méreteit a 4. ábra mutatja be,



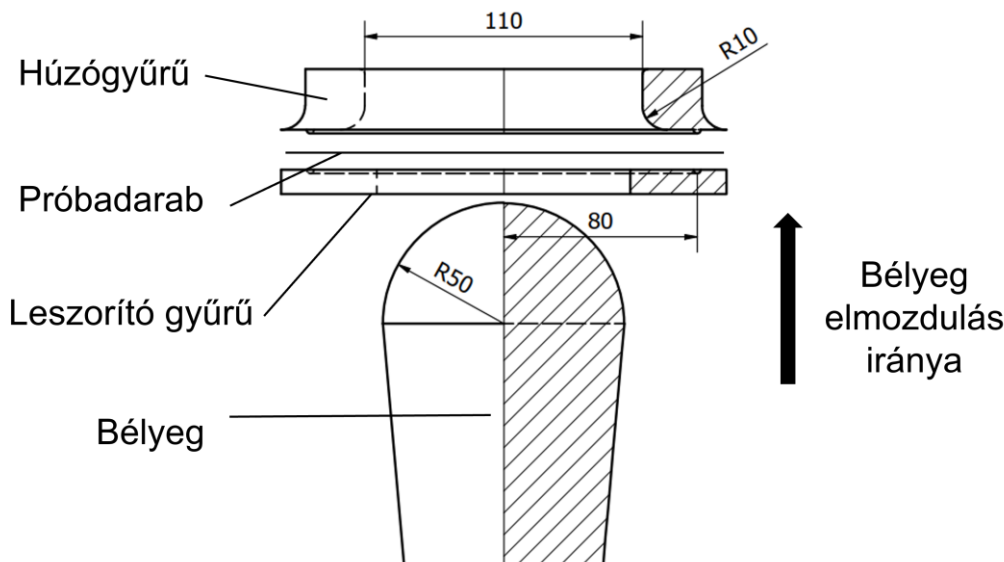
4. ábra Próbadarabok kialakítása

A szabvány által javasolt érték az "a" paraméter esetében 25-50 mm, 100 mm-es átmérővel rendelkező bélyeg esetén, amelyet mi is alkalmaztunk. A választás a 25mm-es méretre esett. A "c" paraméter esetében 20 mm-t alkalmaztunk. A próbadarabok kerületét meghatározó – szabványban nem szereplő – D paraméter meghatározása során a rendelkezésre álló alakító berendezés leszorító gyűrűjének átmérője az irányadó, illetve a próbadarab behelyezésre szolgáló rész geometriai méretei. Esetünkben a leszorító gyűrű átmérője 160 mm, ezért egy ennél nagyobb 220 mm-es értéket választottunk a "D" méretnek. A szabvány a "b" érték esetében nem ír elő javaslatokat, az értékek meghatározásánál korábbi szerzők által használt próbatest geometriák alapján határoztuk meg az általunk megválasztott értékeket [14], [15]. Ezek alapján a különböző próbatestek változó méreteit a következő táblázat sorakoztatja fel,

5. táblázat Próbadarabok méretei

Próbatest	a (mm)	b (mm)	c (mm)	D (mm)
1	25	30	20	220
2	25	60	20	220
3	25	70	20	220
4	25	80	20	220
5	25	90	20	220
6	25	100	20	220
7	25	110	20	220
8	25	120	20	220
9	25	130	20	220
10	25	150	20	220
11	-	220	-	220

Ezután importáltuk a szoftverbe a különböző próbadarabokat és a virtuális tesztekhez használt szerszám geometriákat, melynek meghatározásánál a valóságban is rendelkezésre álló Erichsen 142-40 típusú, univerzális lemezvizsgáló berendezésre szerelhető Nakajima-teszt szerszámfelépítését vettük alapul. Az alakítószerszám és próbadarab elrendezést a 5. ábra mutatja be szimulációs környezetben.



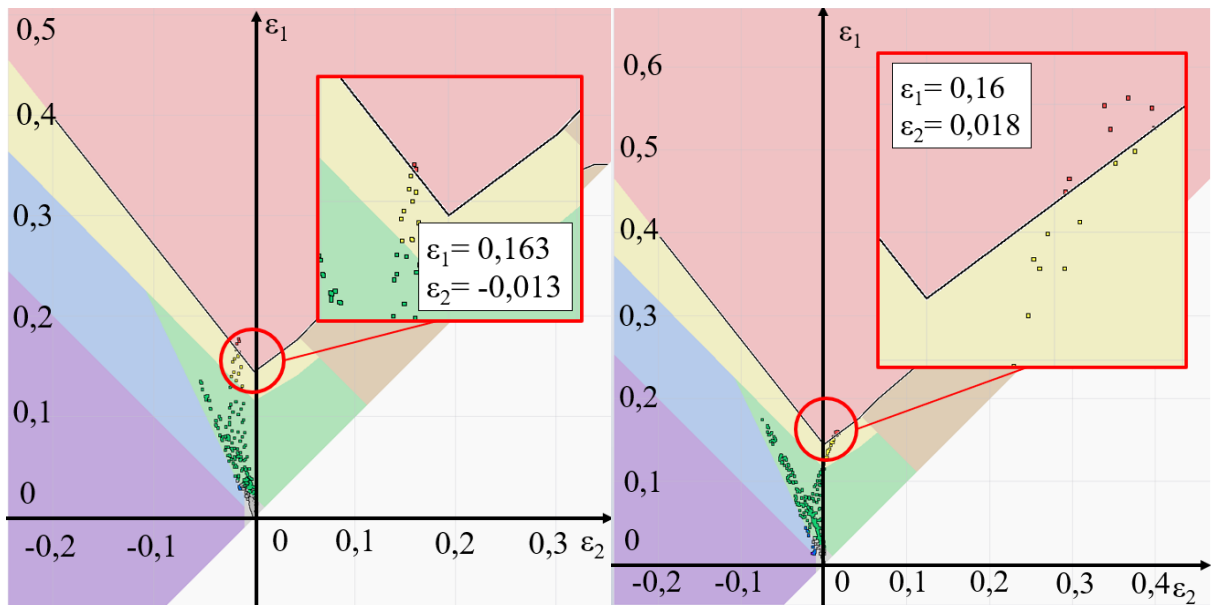
5. ábra Nakajima vizsgálat sematikus ábrázolása

Majd végső lépésként beállításra kerültek a kívánt technológiai paraméterek. A súrlódási tényező értékét korábbi tapasztalatainkra alapozva 0,05 értékűnek határoztuk meg. A környezeti hőmérséklet 20°C, az alakítási sebességet 20 mm/perc-nek választottuk, amely közel megegyezik a szakítóvizsgálathoz használt alakítási sebességgel, a bélyeg elmozdulás maximális értéket pedig 60 mm-nek választottuk. A hálózás tekintetében az elemek mérete 0,09-6 mm, közötti mérettel rendelkeznek, amely az eltérő geometriájú darabok esetében ~1500-2500 elemszámot jelentett.

A vizsgált fő eredményváltozó a próbatesten a fellépő alakváltozási mező volt. A célunk a síkalakváltozási állapotot leginkább közelítő geometriai kialakítás meghatározása volt, a kutatásban felhasznált lemezanyag esetében.

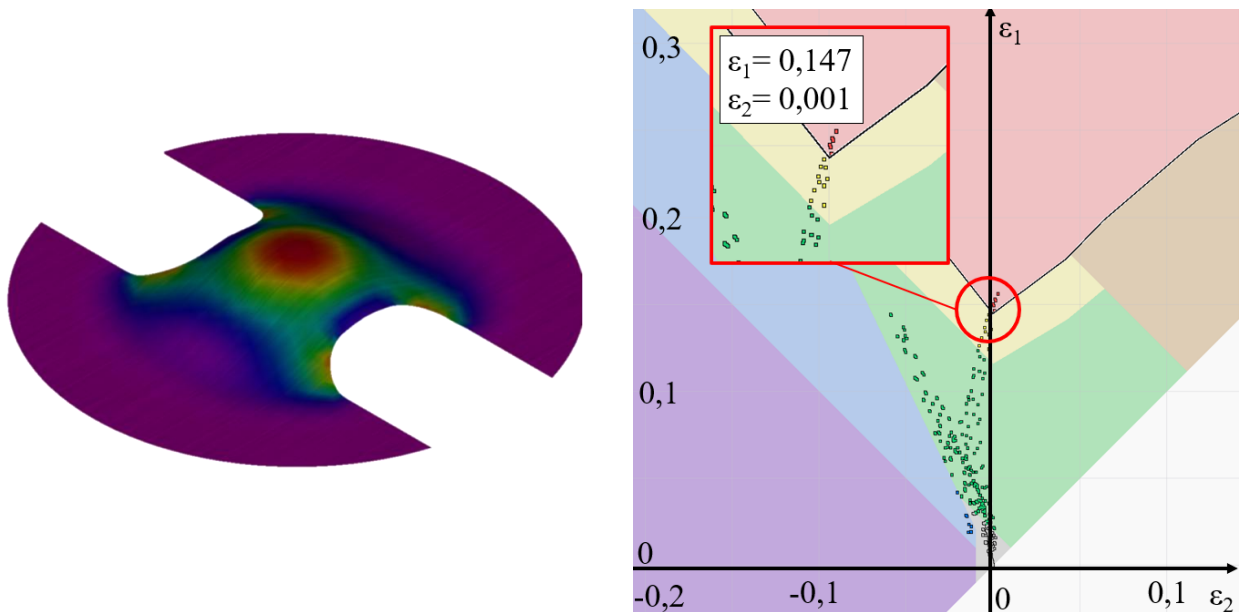
3. Eredmények

A numerikus vizsgálatok során a kiválasztott próbatest geometriák végeselemes szoftverrel történő szimulációját hajtottuk végre. Az eredmények kiértékelése során az egyes próbadarabok alakváltozási útját iterációs módszerrel vizsgáltuk abból a szempontból, hogy mely próbadarab alakváltozási útja esik a tönkremenetel pillanatában a legközelebb a síkalakváltozási állapothoz, Ebben a megközelítésben a 3-as, 4-es és 5-ös számmal jelölt próbatestek (6. ábra) estek a legközelebb a síkalakváltozási állapothoz. A 3-as és 5-ös számmal jelölt próbatestek esetében a nagyobb és kisebb főalakváltozások értékei sorban $\varepsilon_1 = 0,163$ és $\varepsilon_2 = -0,013$ illetve $\varepsilon_1 = 0,160$ és $\varepsilon_2 = 0,018$.



6. ábra 3-as számú (bal) és 5-ös számú (jobb) próbadarabok alakítási határdiagramja

A legpontosabb egyezés a 4-es számú próbatest esetében történt, amely "b" értéke 80 mm, amely alakváltozási útja a legközelebb volt a síkalakváltozáshoz a tönkremenetel pillanatában. Ebben a pillanatban $\varepsilon_1 = 0,147$ és $\varepsilon_2 = 0,001$ voltak. A 7. ábrán a bal oldalon a teljes alakváltozási térkép látható a próbatesten, jobb oldalon pedig az alakítási határdiagramot, kiemelve az alakváltozási út pontjai és az alakítási határgörbe metszéspontját tüntettük fel.



7. ábra 4-es számú próbadarab alakváltozási térképe és fő-alakváltozási pontjai

4. Összefoglalás

Kutatásunkban egy 800 MPa névleges szakítószilárdságú, kettős szövetszerkezetű, járműipari acéllemez alakíthatóságát vizsgáltuk. Célunk az volt, hogy meghatározzuk azt a próbatest-geometriát, amely a Nakajima-vizsgálat során a síkalakváltozási állapotot a legpontosabban képes szimulálni.

A szimulációkat AutoForm® végeselemes szoftverben végeztük, ahol a vizsgált anyag bemeneti paramétereit szakítóvizsgálatok alapján adtuk meg. Az elvégzett szimulációk eredményei alapján megállapítható, hogy a síkalakváltozási állapotot jellemző feszültség értékhez a 80 mm-es

hídszélességgel rendelkező próbadarab értékei esnek a legközelebb, ($\epsilon_2=0,001$). A HCT780X anyagminőség esetén tehát a síkalakváltozási feszültségi állapotban mutatott viselkedés megállapításához a következő próbatest geometria kialakítást érdemes használni (a 3. ábra jelöléseit felhasználva): a: 25 mm; b: 80 mm; c: 20 mm; D: 220 mm.

Köszönetnyilvánítás

A KULTURÁLIS ÉS INNOVÁCIÓS MINISZTERIUM EKÖP-2024-00020, KÓDSZÁMÚ ÚJ NEMZETI KIVÁLÓSÁG PROGRAMJÁNAK A NEMZETI KUTATÁSI, FEJLESZTÉSI ÉS INNOVÁCIÓS ALAPBÓL FINANSZÍROZOTT SZAKMAI TÁMOGATÁSÁVAL KÉSZÜLT,



„A KUTATÁS AZ „ÚJ INNOVATÍV VÉSŐGENERÁCIÓK FEJLESZTÉSE” CÍMŰ ÉS 2020-1.1.2-PIACI-KFI-2020-00148 KÓDSZÁMÚ PROJEKTHEZ KAPCSOLÓDÓAN VALÓSULT MEG.”

Irodalomjegyzék

- [1] Keeler S. P. and Backofen W. A, “Trans. ASM 56,” pp. 25–48, 1963.
- [2] Goodwin G. M., *Society of Automotive Engineers*. 1968.
- [3] Ayres R. A. and Brewer E. G., *Society of Automotive Engineers*. 1979.
- [4] Nakajima K. and Kikuma T., *Yamata Technical Report*, vol. 284. 1971.
- [5] Marciniak Z. and Kuczynski K., “International Journal of Mechanical Sciences,” vol. 9, pp. 609–620, 1967.
- [6] “MSZ-EN-12004-2.”
- [7] T. Miklós, “Járműipari acélfejlesztések,” *A Gépipari tudományos egyesület műszaki folyóirata*, pp. 3–10, 2012.
- [8] Stuart Keeler, Menachem Kimchi, and Peter J. Mooney, *Advanced High-Strength Steels, Application Guidelines*, vol. 6. WorldAutoSteel., 2017.
- [9] “MSZ-EN-ISO 10002-1.”
- [10] F. Barlat and K. Lian, “Plastic behavior and stretchability of sheet metals. Part I: A yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions,” *Int J Plast*, vol. 5, no. 1, pp. 51–66, Jan. 1989, doi: 10.1016/0749-6419(89)90019-3.
- [11] J. E. Hockett and O. D. Sherby, “Large strain deformation of polycrystalline metals at low homologous temperatures,” *J Mech Phys Solids*, vol. 23, no. 2, pp. 87–98, Apr. 1975, doi: 10.1016/0022-5096(75)90018-6.
- [12] L. Zsolt, “NAGYSZILÁRDSÁGÚ ACÉLOK VISSZARUGÓZÁSÁNAK MODELLEZÉSE ÉS KÍSÉRLETI VIZSGÁLATA,” PHD értekezés. Accessed: May 15, 2024. [Online]. Available: Miskolci Egyetem hivatalos felületén elérhető
- [13] “AutoForm R7- Stand-alone Software Manual,” 2018.
- [14] A. Emanuela and M. Marion, “Metallographic Analysis of Nakajima Tests for the Evaluation of the Failure Developments,” *Procedia Eng*, vol. 183, pp. 83–88, 2017, doi: 10.1016/J.PROENG.2017.04.015.
- [15] C. L. Chow, M. Jie, and S. J. Hu, “Forming limit analysis of sheet metals based on a generalized deformation theory,” *J Eng Mater Technol*, vol. 125, no. 3, pp. 260–265, 2003, doi: 10.1115/1.1586938.