Gradus Vol 11, No 3 (2024)
ISSN 2064-8014

GYAKORLATI ALKALMAZÁSOK TÉRLÁTÁSFEJLESZTÉSRE KÖZÉP- ÉS FŐISKOLÁKON

PRACTICAL APPLICATIONS FOR SPATIAL DEVELOPMENT IN HIGH SCHOOLS AND UNIVERSITIES

Tóth Attila 0000-0003-1885-4330 [1*], *Szabó Tibor* 0000-0003-2628-995X [1] *Vankó Krisztián* 0009-0005-0918-8446 [2]

[1] Nyitrai Konstantin Filozófus Egyetem, Nyitra, Szlovákia
[2] Magán Szakközépiskola Diószeg, Szlovákia
https://doi.org/10.47833/2024.3.ENG.015

Kulcsszavak:
grafikai alkalmazás, térlátás, optimalizálási feladatok, 3D kivitelezés

Keywords:
graphic application, spatial vision, optimization tasks, 3D implementation

Cikktörténet:
Beérkezett 2024. augusztus 8.
Átdolgozva 2024. október 30.
Elfogadva 2024. november 15.

Összefoglalás

A térlátás fejlesztése már az alapiskolától kezdve szükséges, a tanulmányban rámutatunk arra, hogy hogyan fejleszthetjük mindezt számítógépes programok segítségével és gyakorlati kivitelezésben a gépészeti és grafikus középiskolai szakokon. A geometria jelentősége fokozottan megnyilvánul a közgazdasági szakokon is, így másik példaként a fejlesztési lehetőségeket az optimalizálási feladatokon keresztül próbáljuk megközelíteni. A megoldásokat nemcsak virtuálisan, de végül a gyakorlatban, modellként is megalkottuk.

Abstract

The development of spatial vision has been necessary from primary school onwards. This paper shows how it can be developed using computer programs and practical applications in engineering and graphic design secondary school courses. The importance of geometry is also evident in economics courses, so we try to show how it can be developed through optimisation tasks. The solutions were created virtually and, finally, in practice as physical models.

1. Bevezetés

Az oktatás különböző szintjeit tekintve általánosan elmondható, hogy a tanulók nem rendelkeznek megfelelő szintű térlátási képességekkel [1]. A tanulmányban bemutatunk néhány lehetőséget, melyek ennek javítását segíthetik elő. Mindezt a jól ismert, de esetleg a kevésbé ismeret geometriai módszerek hatékony alkalmazására, illetve a diákok munkáira építjük fel. A tanulmányban azt vizsgáljuk meg, hogy az említett módszerek ötvözésének az alkalmazása segít-e a térlátás fejlesztésében. A Szlovák állami oktatási program ugyan tartalmazza a térgeometriát, de úgy gondoljuk, hogy a diákok tudása nem megfelelő, hiszen az órakeret sem teszi lehetővé mélyebben megalapozni ezt a tudást. A középiskolások hiányos geometriai tudását felmérés is alátámasztja [2].

Célcsoportunk egyik részét a gépészeti és műszaki jellegű középiskolák, valamint a digitális médiagrafika szakos diákok alkotják. Tapasztalataink azt mutatják, hogy a felnövő nemzedék nem igazán kapcsolja össze a virtuális világot a valós világgal. A számítógépes programok megjelenése előtt először laboratóriumi, majd kistermelési szinten lehetett megtapasztalni a műszaki rajz

* Tóth Attila.
E-mail cím: attila.toth@zmail.sk

pontosságát, illetve pontatlanságát, majd nagyüzemi módban legyártani az alkatrészeket. Az ezredfordulón jelentek meg azok a szimulációs lehetőségek, amelyek segítségével már egy-egy köztes lépés kihagyható volt. Térszemléletfejlesztés szempontjából hatásos lehet, ha ötvözzük az euklideszi szerkesztéseket és gyakorlati kivitelezéseket a számítógépes grafikai ábrázolással.

A tanulók térgeometriai tudása rendkívül hiányos, ennek ellenére elmondhatjuk, hogy a helyzet nem reménytelen. Lehetséges, hogy tradicionális, régi formában kellene újra tanítani az ábrázoló geometriát [3] a felsőbb tagozatokon, és a megfelelő óraszámban oktatni a középiskolás tananyagot, beleértve az analitikus geometriát is. Úgy gondoljuk, hogy fontos az, hogy a diákok megismerkedjenek a konkrét gyakorlati alkalmazásokkal. Az előző generációk térlátását például segítette a piros-zöld szemüveggel kialakított térhatás [4]. Mindennek jelentősége éppen a gyakorlati alkalmazásban van, hiszen anaglif képeket a diákok is saját maguk létrehozhatnak, melyek segítségével elérhetik a térhatást. Ez például jól beilleszthető egy grafikus szakórába CorelDRAW, Inkscape vagy Abode Photoshop programok alkalmazásával [4], a gépészek esetében pedig pl. a Solid Edge 2D/3D CAD tervező szoftver segítségével létre lehet hozni különböző térbeli elemeket (pl. sakkfigura). A tervezést egyedül kellene kivitelezniük a méretarányok megtartása mellett. A Solid Edge program összeszerelési moduljában pedig egyesíteniük kell az összes figurát a sakktáblára. Továbbá, megtervezhetőek saját alkatrészeik is, megtervezhetőek a laza, az átmeneti és merev illesztések. Ezáltal akár lehetővé válik szimulációban kipróbálni, de esztergapadon, illetve marógépen legyártott formában is azt, hogy pl. az adott tűréshatárral megtervezett alkatrész mozogni fog-e vagy sem.

Ugyancsak megemlíthető, hogy térgeometriai tapasztalatszerzés sajátítható el például úgy, ha az iskolai 3D nyomtató és a gravírozó lehetőségeit kihasználva saját elképzeléseket valósítunk meg. Kézzelfoghatóan, tárgyi kivitelezésben, térhatású képként készítünk, pl. zárómunkákban a megálmodott cégtáblák, reklámmakettek, névjegykártyák és brosúrák formájában [5].

Kifejtjük azt is, hogy miért gondoljuk szükségesnek a (tér)geometria ismeretét az egyetemek közgazdasági szakjain [6], [7]. Rámutatunk arra, hogy bizonyos feltételes optimalizálási feladatok geometriai úton könnyebben oldhatóak meg, mint a Lagrange-egyenletek segítségével [8]. A síkbeli feladatok megoldása jól szemléltethető GeoGebra segítségével, de a térbeli megoldások kivitelezései még váratnak magukra a GeoGebra 3D Graphing (esetleg más programok) segítségével [9]. Ezt a problémát áthidalva az optimalizálási feladatoknál a konkrét térbeli, könnyen vágható elemek segítségével modelleztünk. Ha nem áll rendelkezésünkre olyan program, amely képes a térrészeket eltávolítani, felvázolunk egy módszert, hogy hogyan tudnánk ezt helyettesíteni léptetőmotorok és pontos energiájú lézerkard segítségével, azaz hogyan vágható ki egy konvex poliéder. Mindez arra jó, hogy ehhez az alakzathoz a költségek célfüggvényének a síkjával közelítünk. Abban a pontban, ahol a sík eléri a poliédert, a gyakorlatban szemléletes módon megkapjuk a maximális nyereség, illetve minimális veszteség vagy kiadás értékeit, és így talán könnyebben érthetővé válnak ezek a fogalmak is.

A felsoroltak alapján fontosnak tartjuk, hogy beszámoljunk a jó gyakorlatainkról, konkrétan arról, hogy hogyan és mivel sikerült felkelteni a felnövő generáció érdeklődését ezen a téren.

2. Gyakorlati alkalmazások a középiskolákban

Igyekeztünk leírni a több évtizedes tapasztalatainkat, amelyek rámutatnak arra, hogy a gépészetben és a médiagrafikus szakok tanterveiben a különbség ugyan nagy, de a cél ugyanaz: fejleszteni a síkbeli elképzeléseket és térbelilátást. A diószegi Magán Szakközépiskolában a gépészeknél sokat segített a térbeli alakzatok, makettek alkalmazása [5]. A gyakorlatban alkalmazott térbeli alakzatokat világítottuk meg a sötétkamarában, konkrétan a hasábokat, félhengereket, a kúpot és azok csonka darabjait. Így vált szemléletessé az alaplapra, hátlapra és oldallapra szórt árnyék – vetület.

Matematikában és informatikában a gépészeten belül, a gyártási folyamatokban tökéletesen hasznát vehetjük különböző 2D és 3D tervező programoknak, melyek lényegesen megkönnyítik a grafikusok és mérnökök ezreinek munkáját [10]. A médiagrafikusok már a középiskolában megismerkedhetnek a CorelDRAW, Inkscape és Abode Photoshop programokkal, a gépészek pedig a 2D és 3D CAD Solid Edge tervező programmal. A legtöbb program hatékony kezeléséhez szükséges az angol nyelv ismerete, a matematikai és azon belül is a geometriai ismeretek egyaránt.

A Siemens PLM Software által fejlesztett Solid Edge egy nagy teljesítményű 3D-s CAD szoftver (SOVA DIGITAL 2020), amely a diószegi középiskolában használt programcsomag része.

2.1 A Solid Edge 3D modellező program gyakorlati felhasználása gépész szakon

A mai tervező programok állandó fejlesztés alatt állnak, emellett a hardveres teljesítmény is folyamatosan nő, így a felhasználók számára olyan ergonomikus programkörnyezeteket hoztak létre a fejlesztők, melyeket a felhasználók saját beállítások által tudnak testreszabni. Ezek közé sorolhatjuk a Solid Edge 3D modellező programot is, melynél a diákok hasznosnak ítélték meg például azt, hogy az képes elforgatni az alkatrészeket úgy, hogy az egyes nézetek által leolvashatóvá válnak a méretek. Az 1. ábrán található néhány példa a diákok által készített gépészeti jellegű formatervezésekre.

1. ábra: A gépészek által megtervezett serleg, fogaskerék, csörgőóra és egy biciklikerék tervezete (Forrás: a diószegi Magán szakközépiskola diákjainak munkája)

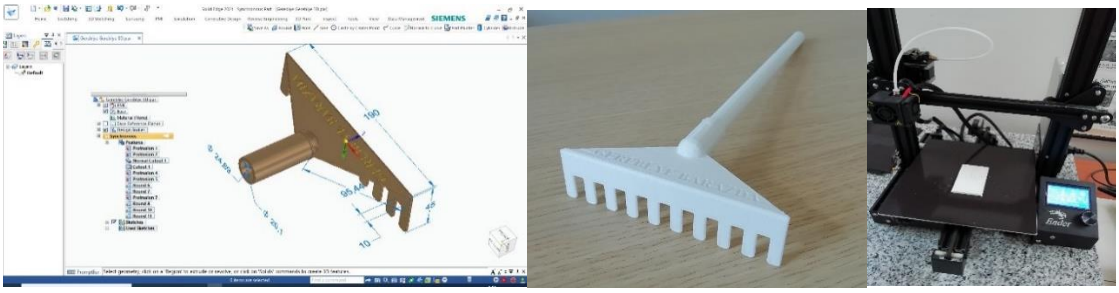
Másik példaként említhetünk egy egyszerűnek tűnő, de bonyolult feladatot is: a diákoknak egy sakktáblát kellett megtervezniük, úgy, hogy nem kaptak semmilyen további adatot a kivitelezéshez. Ügyelniük kellett viszont a sakkfigurák méretarányainak megtartására, hogy a sakktáblára felférjenek. Utána létre kellett hozniuk magát a sakktáblát. Végül a program összeszerelési részében egyesíteni kellett az összes figurát a sakktáblán (2. ábra).

2.ábra: Külön-külön a sakkfigurák megtervezése forgatással, majd egy összeszerelt sakktábla az összes figurával (Forrás: a diószegi Magán szakközépiskola diákjainak munkája)

A diákok minden bemutatott feladaton kitartóan, szorgalommal és igyekezettel dolgoztak. A felmerülő problémák megoldásakor megmutatkozott a problémamegoldó gondolkodásuk, kreativitásuk és leleményességük. A végeredménynek együtt örülhettünk, hiszen hosszú gondolkodás, többszöri illesztés és sok kis apró lépés után volt összerakható egy-egy szerkezet. A méretarányokat betartották, a színkombinációkat is helyesen tudták használni, kreatív volt a formai kivitelezés, és az összeszerelési részben a koordináció is megfelelt. Sajnos azonban ezt tíz diákból maximum kettő tudta gond nélkül kivitelezni a tervezéssel együtt. Az előzőekben szemléltetett térbeli feladatoknál a legtöbb gond a térben lévő koordinációnál jelentkezett, főleg, ha úgy kapták a feladatot, hogy konkrét értékek voltak megadva.

2.2 A Solid Edge 3D modellező program gyakorlati felhasználása médiagrafika szakon

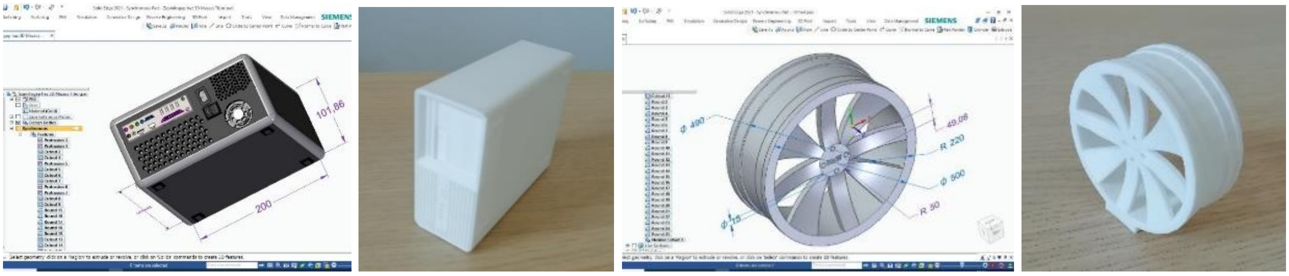
A Solid Edge 3D modellező program segítségével a diákok a legegyszerűbb alakzatoktól kezdve a bonyolult, összetett testekig képesek modelleket alkotni. Ezt követően egy 3D nyomtató segítségével azok fizikailag is létrehozhatók. [11] A diószegi szakközépiskola egy Creality Ender 3 pro 3D nyomtatóval rendelkezik (3. ábra, jobboldal). A nyomtatás indítása előtt konfigurálni kell a nyomtatót. Be kell állítani a fűthető asztal és a nyomtatófej hőmérsékletét. A motorok által mozgatott asztal hőmérsékletét 60°C-ra, a nyomtatófej hőmérsékletét pedig 200°C-ra állítjuk be (az értékek változhatnak a használt filamenttől függően). Ezen kívül nagyon fontos a nyomtató asztalának pontos vízszintbe állítása is. Figyelni kell továbbá arra is, hogy a fej legalacsonyabb szintjének és a mozgó asztal felületének távolsága minimálisra legyen állítva. A jobb oldali ábrán (3. ábra) a nyomtatás folyamatának mozzanata látható.



3.ábra: A gereblye fejének és nyelének kivitelezése merev illesztéssel, egy angol leckekönyv nyomtatása (Forrás: a diószegi Magán szakközépiskola diákjának munkája)

A gereblye kis méretekkel van tervezve. A diák a program több funkcióját is alkalmazza, mint a kihúzás, felületalkotás, levágás, lekerekítés stb. A gereblye nyelét úgy méretezi, hogy a kinyomtatása után a gereblye fejével összeilleszthető legyen. Természetesen a program lehetőséget kínál a modell forgatására is. A 3. ábrán (a baloldali és a középső része az ábrának) a tervezett és összeszerelt modellt láthatjuk.

A 4. ábrán egy keréktárcsa és egy számítógépház Solid Edge programmal készített kicsinyített modellje látható. A keréktárcsa makettje esetében a modell fő része több henger segítségével képezhető, melyet ívelt küllők megrajzolásával zárunk le. A tárcsa közepére helyezett körlapon 4 rögzítést segítő furat kapott helyet. A térbeli alakzat megalkotásakor, a diák felhasználta a kör rajzolására vonatkozó utasítást; a henger létrehozását, levágást, furat készítését és a lekerekítést. Ezután a modellt 3D nyomtató segítségével kinyomtatta.

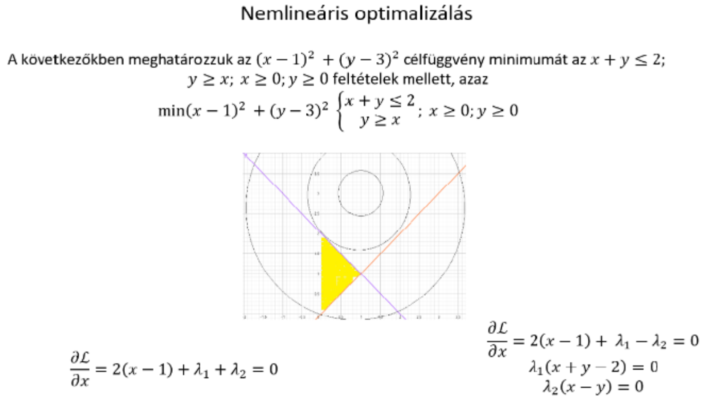


4.ábra: Számítógépház és egy keréktárcsa tervezete, valamint a kész termék (Forrás: a diószegi Magán szakközépiskola diákjainak munkája)

A diák a 4. ábra bal oldalán látható számítógépházat egy téglatestből kiindulva, kivágásokkal és kihúzással hozta létre, valamint a rácsokat és a csatlakozóhelyeket is megtervezte. Színező eszköz segítségével élethűvé alakította részleteiben is a modellt. Sajnos a nyomtatáshoz a 3D nyomtatónk csak egyszínű filament szálat tudott használni, így az elkészült végtermék is ennek megfelelően egyszínű lett.

A geometria és informatika által biztosított ábrázolási módok segítségével és ezek gyakorlati alkalmazásával ösztönözni lehet a kreativitást, az önálló gondolkodás fejlesztését, az ebből következő kommunikációt, érvelést, logikai és matematikai számítást [5]. Természetesen nem utolsó sorban a térlátás javítását is elősegíti.

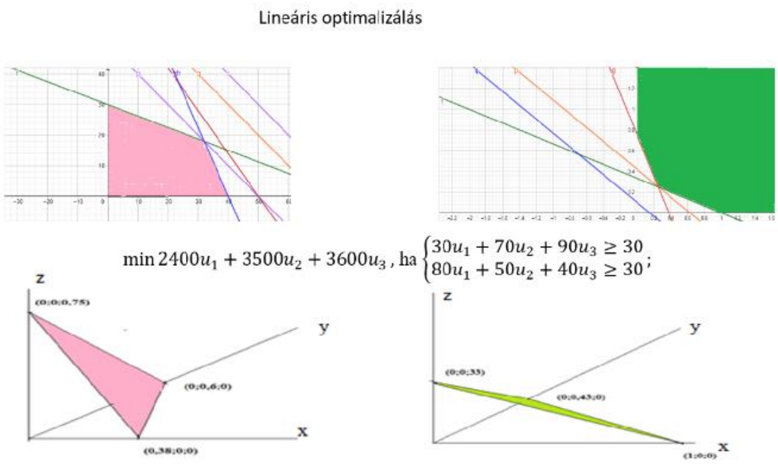
3. Optimalizációs feladatok geometriai megközelítése



5.ábra: Feladatok a lineáris és nemlineáris optimalizálásra
(Forrás: [11])

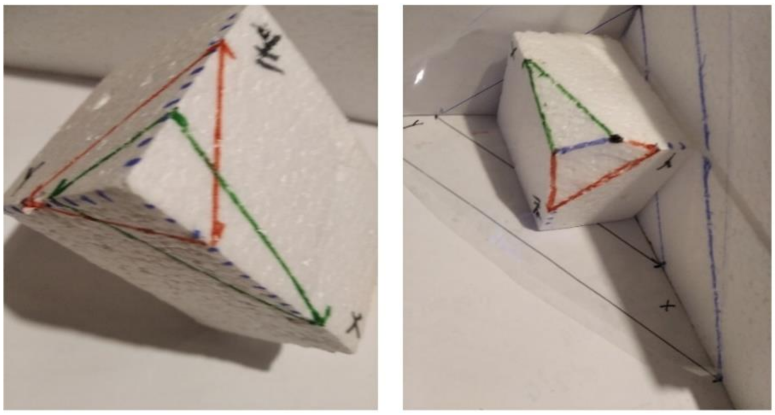
A tanulók geometriai kompetenciáin észrevehető kapcsolat van a térbeli és a síkbeli geometriai készségek között [12]. A következőkben az egyetemi közgazdasági szakokra összpontosítva pont ezt az átmenetet fogjuk szem előtt tartani. A közgazdasági feladatokban általában kettő vagy három feltétel adott, amelyek legtöbbször energiaár függők. A költségfüggvény (kiadás vagy befektetés) a feltételek halmazához igazodik és ezt Langrange-egyenletek segítségével oldjuk meg. A 2 feltétellel adott feladatok megoldása általában egyszerűbb és geometriai úton jól szemléltethető; a 3 feltétellel adottak azonban már bonyolultabbak. Ezt egy konkrét példán szeretnénk bemutatni.

Az 5. ábrán egy optimalizációs feladat feltételei halmazának közös metszetét láthatjuk, amihez koncentrikus körökkel közelítünk. A megoldás (min-max) a közös halmaz alsó és felső csücske, ami könnyedén megszerkeszthető, így van helyettesítve a bonyolultabb Lagrange-egyenletrendszer.



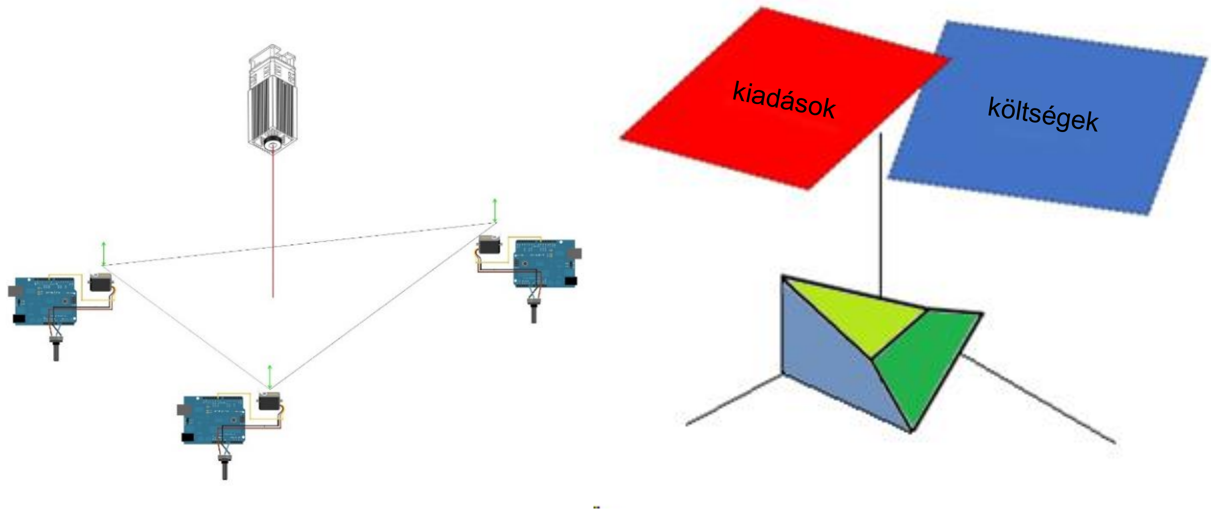
6.ábra: Feladatok a lineáris és nemlineáris optimalizálásra
(Forrás: [11])

A 6. ábra balfelső sarkában egy kétismeretlenes maximalizálási feladat található, jobb oldalon pedig egy minimalizálási feladat, ami síkban könnyen ábrázolható és megoldható. Mindezt azonban sajnos már nem tudjuk megoldani három ismeretlen esetében, hiszen a feltételek halmaza két sík metszete lesz. A síkok térbeli metszetét sajnos nem tudjuk létrehozni, hiszen a két sík alatti térrész adja meg a feltételek közös halmazát. Továbbá az sem mindegy, hogy a testet hogyan forgatjuk be a térrészbe, hiszen a célfüggvény (költség, befektetés) síkjainak a párhuzamosaival kell közelítenünk, párhuzamos síkokkal a feltételek közös halmazához, ami sokfajta alakzatot eredményezhet [13]. A feladat geometriai úton megoldható, transzformálás segítségével is, azaz térből síkba való átmenettel – ekkor megállapítjuk, hogy melyik függvény inaktív, majd visszatranszformáljuk a térbe.



7. ábra: Két sík metszetének a megvalósítása: párhuzamos síkokkal való közelítés; az optimális megoldás a fekete színű pont
(Forrás: szerző)

Az ilyen jellegű feladatok megoldhatóak akár valós modellek segítségével is. Ennek megfelelő megoldás látható a 7. ábrán, ahol a megoldás 2 sík metszetének a megvalósításával történik. A síkok pontjainak a berajzolása után levágjuk a polisztirol oldalait, majd a méreteinek megfelelően elhelyezzük a hasábot az origóba. Mivel a költségfüggvény is 3 dimenziós, így a síkja tengelymetszeteiből kiindulva párhuzamos síkokkal közelítünk a közös térrészhez, a megoldás a két sík közös halmazának a jobboldali pontja (a fekete színű pont a megoldás a 7. ábra jobboldali képén).



8.ábra: A 3D nyomtató léptető motorjainak a beállítása a sík adatai szerint; és a gyakorlatban kivitelezett poliéder, amelyhez síkokkal közelítünk.
(Forrás: szerző)

Mivel már rendelkezünk bizonyos tapasztalatokkal a 3D nyomtató és a lézer gravírozó alkalmazását illetően, így felmerült az ötlet, hogy a 3D közgazdasági feladat megoldható lenne az említett két berendezés segítségével is (8. ábra). Gyakorlatban még nem kiviteleztük, de belátásunk szerint beállítható 3 léptetőmotor segítségével a sík, majd megfelelő energiájú lézersugárral levágható és eltávolítható a nem kívánt rész. A fő (költség)függvény pedig úgyszintén beállítható a léptetőmotorok segítségével – attól függően, hogy az milyen meredekségű az egyes tengelyekhez viszonyítva (különböző dőlésszögű síkok lehetnek a költségfüggvények), ezzel közelítve a feltételek közös halmazához (8. ábra, jobboldali kép).

4. Befejezés

A középiskolákon és az egyetemeken is javítani lehet a térlátást, ha felkeltjük az érdeklődést különböző a gyakorlatban kivitelezhető példákkal. A tanulmányban keveredik a virtuális és a valós világ. A síkbeli feladatoknál könnyen megállapítható a két félsík által bezárt közös halmaz. A térbeli alakzatoknál azonban a síkok által bezárt térrészt tudjuk ábrázolni, de a közös halmaz feletti (vagy alatti) térrész nem távolítható el látványosan. Amíg a 3D tervező programok ezt nem teszik lehetővé [9]; azt javasoljuk, hogy fizikailag hozzuk létre a modellt. Az iskoláknak már általában elérhetők, beszerezhetők léptetőmotorok, melyek segítségével beállíthatjuk a síkokat, így a felesleges térrészeket eltávolíthatóvá tehetjük, ha lézerkard segítségével átvágjuk az adott hasábot a feladat szerint. Eredményül csak a közös halmazt hagyjuk meg. Az a tapasztalatunk, hogy a középiskolások a saját munkájuk, tervezésük, valamint azok fizikai megvalósítása révén segítik a térlátás fejlesztését. A főiskolákon pedig érthetőbbé válnak a közgazdasági feladatok a probléma vizuális megvalósítása által. A problémák geometriai megoldásán keresztül csökkentjük azt a tudáshátrányt, amelyet hiányoltunk a tanulmány elején.

Irodalomjegyzék

[1] Rumanová, L.: Bádateľská aktivita vo vyučovaní geometrie na základnej škole a postrehy učiteľov k danej aktivite [Inquiry-based Activity in Geometry at Lower Secondary School and Teachers´ Opinions of the Activity]. Acta Mathematica Nitriensia, 2020., Vol. 6., No. 2., pp. 18–23. DOI 10.17846/AMN.2020.6.2.18-23

[2] Tóth, A., Csáky, A., Nagyová Lehocká, Z.: A térlátás képességének fejlesztése. In: 24. Apáczai-napok Tudományos Konferencia tanulmánykötete, 2020 november 19.: Kizökkent világ - szokatlan és különleges élethelyzetek: a nemkonvenciális, nem "normális", nem kiszámítható jelenségek korszaka, 2021, pp. 253-263.

[3] Pál, I.: Térgeometria a műszaki gyakorlatban, Tankönyvkiadó, Budapest, 1973.

[4] Kriska, Gy.: Térhatású fényképezés, Flaccus Kiadó, 2008.

[5] Tóth, A.: Geometriai vizualizáció a gyakorlatban. OxIPO: e-folyóirat, 2021, Vol. 3, No. 1, pp. 83-95. DOI 10.35405/OXIPO.2021.1.83.

[6] Fecenko, J., Pinda, Ľ.: Matematika 1. Bratislava: Iura Edition, 2006.

[7] Fecenko, J., Sakálová, K.: Matematika 2. Bratislava: Iura Edition, 2004.

[8] Sydsaeter, K., Hammond, P. I.: Matematika közgazdászoknak. Budapest: Aula, 2006.

[9] Talata, I., Bölcskei, A., Budai, L., Keresztes, É. R.: Lineáris programozási feladatok vizualizációja GeoGebrával: In: I. Csernyák László konferencia: Budapest, 26. 01. 2023. Budapest: Budapesti Gazdasági Egyetem, 2023, pp. 24-39. DOI: 10.29180/978-615-6342-61-4_3.

[10] Tóth, A.: Matematikaoktatás geometriai szemléltetésekkel az iskolai tanításelmélet tükrében. In: Didakticko-odborové súvislosti pregraduálnej prípravy učiteľov, České Budejovice, 2023, pp. 111-121.

[11] Kónya, G., Ficzere, P.: The Effect of Layer Thickness and Orientation of 3D Printed Workpieces, on The Micro- and Macrogeometric properties of Turned Parts. Acta Polytechnica Hungarica. Vol. 21, No. 2, 2024, pp. 231-250. DOI 10.12700/APH.21.2.2024.2.13

[12] Kmeťová, M., Nagyová Lehocká, Z.: Using Tangram as a Manipulative Tool for Transition between 2D and 3D Perception in Geometry. Mathematics, 2021, Vol. 9, No. 18, pp. 1-20. DOI: 10.3390/math9182185

[13] Tóth, A., Szabó, T.: A feltételes optimalizálás geometriai szemléltetése. In: I. Csernyák László konferencia: Budapest, 26. 01. 2023. - Budapest: Budapesti Gazdasági Egyetem, 2023, pp. 40-51. DOI 10.29180/978-615-6342-61-4_4.

[14] Maczák, I.: A matematikában botorkáló gyerekek – kérdések és válaszok a diszkalkuliáról. Új Köznevelés, 2016, Vol. 72, No. 8, pp. 38-41.