Gradus Vol 5, No 2 (2018) 343-347
ISSN 2064-8014

SZÁMÍTÓGÉPES INTELLIGENCIÁVAL TÁMOGATOTT MATEMATIKA OKTATÁS

COMPUTER INTELLIGENCE SUPPORTED MATHEMATICS EDUCATION

Katona János[*]

Matematika és Informatika Szakcsoport, Építőmérnöki Intézet
Ybl Miklós Építéstudományi Kar, Szent István Egyetem, Magyarország

Kulcsszavak:
Matematika didaktika
Számítógépes intelligencia
E-learning

Keywords:
Mathematics didactics
Computer intelligence
E-learning

Cikktörténet:
Beérkezett 2018.július 15.
Átdolgozva 2018.szeptember 04.
Elfogadva 2018.október 01.

Összefoglalás

A 2017/18-as tanévtől kezdve megváltoztak az Építészeti Matematika tantárgy paraméterei a Szent István Egyetem Ybl Miklós Építéstudományi Karán. A matematika nem az első, hanem a második szemeszterben került sorra, az óraszám a felére csökkent. Kísérletképpen a matematika gyakorlatot a számítógépteremben tartottam, és nagy mértékben támaszkodtam online matematikai feladatmegoldó programokra. Ebben a cikkben a kísérlet tapasztalatait összegzem.

Abstract

From the academic year 2017/18, the parameters of Architectural Mathematics subject have changed in Szent István University Ybl Miklós Faculty of Architecture and Civil Engineering. The matematics course moved from the first semester to the second semester, and the number of lessons was halved. Experimentally I leaded to mathematics practise in a computer room, and I used a lot computational intelligence. In this paper I summarise experience of the experiment.

1. Előzmények

Az elmúlt évig a SZIE Ybl Miklós Építéstudományi Karán a matematika tárgyat az első szemeszterben, heti 6 órában tanítottuk az építész-jelölt hallgatóknak. A heti 3 órás előadást követte a heti 3 órás kiscsoportos gyakorlat. A félév első harmadában a főbb témakörök a számsorozatok, a függvények, a folytonosság és a határérték voltak. Ezután következett a differenciálszámítás majd az integrálszámítás. Mindhárom nagy témakört zárthelyi dolgozat zárta. A nagyobb témakörök mellett előkerült némi geometria, és a többváltozós függvények differenciálszámítása is.

A legutóbbi, 2017/18-as tanévtől kezdve az építész matematika oktatás jelentősen átalakult. A matematika tárgy átkerült a második szemeszterbe, az óraszámot megfelezték. A differenciál- és integrálszámításon kívül igény mutatkozott a lineáris algebrára, valamint bővebb és látványosabb geometria oktatásra. A Matematika és Informatika Szakcsoport oktatóinak komoly fejtörést okozott, hogyan lehet mindezt heti 1 óra előadás és heti 2 óra gyakorlat alatt megtanítani.

[*] E-mail cím: katona.janos@ybl.szie.hu
Honlap: www.katonajanos.hu

További változás, hogy ezentúl a matematika tárgy nem vizsgával, hanem gyakorlati jeggyel zárul. Ez újabb problémát okoz. Eddig ugyanis, ha egy hallgató a folyamatos számonkérések alkalmával nem tudott megajánlott jegyet szerezni, még mindig felkészülhetett a vizsgára, amit sikertelenség esetén pótvizsgával tudott javítani. Most ezek a lehetőségek elvesztek.

2. Az oktatási kísérlet

A fentiek miatt tehát az építész matematika tanmenetet és óraterveket gyökeresen át kellett alakítani, és egy soha ki nem próbált haladási tervet összeállítani.

2.1. Az oktatási kísérlet megtervezése

Mivel semmiképpen nem látszott célszerűnek a hallgatók otthoni munkáját megtöbbszörözni, nyilvánvaló volt, hogy a korábban megszokott tematikából igen sok mindent el kell hagyni. Én a határértékszámítást áldoztam fel. Ezzel persze le kellett mondanom például a pontbeli derivált szabatos definíciójáról is. A deriváltat így az érintő meredekségeként vezettük be, az érintőt pedig szemléletesen, a szelő „határhelyzeteként” határoztuk meg. Egy folytonos függvény tehát nem deriválható abban a pontban, ahol a függvénygrafikon érintője függőleges, vagy pedig nem egyértelmű. Ilyen például az abszolútértékfüggvény az Origóban, mert nem mindegy, hogy a rögzített pont felé jobbról vagy balról közelítünk a szelőkkel. A határérték elhagyásának további következményei is voltak. Le kellett mondani egy sor bizonyításról is, a tételeket – vagy inkább szabályokat – csak kimondtuk és alkalmaztuk.

Az órák megtervezésekor kiderült, hogy még így is kevés az idő, a tempót és a hatékonyságot tovább kell növelni. Ennek eszközeként a számítógépes intelligenciát választottam. A szakirodalomban igen sok példát találni arra vonatkozóan, hogyan lehet a matematika órákat színesíteni, gyorsítani a számítógép segítségével. [1]-[5], [8], [9] A szerzők abban is egyetértenek, hogy a számítógép nem alkalmas mindenre, csak kiegészíti a szokásos tanítási módszereket.

A matematika gyakorlatot tehát a számítógépteremben tartottuk, és legtöbbször a WolframAlpha online változatát használtuk. Ennek nagy előnye, hogy tudása bőségesen meghaladja az építész matematika igényeit. További pozitívum, hogy semmit sem kell hozzá telepíteni, tehát bármilyen böngészőprogrammal – akár okostelefonon is – hibátlanul működik. Hátránya, hogy angol nyelvű, és hogy az általunk kitűzött feladatoknak csak a végeredményét mutatja ingyenesen. A megoldás lépéseit csak előfizetés után kapjuk meg.

A tanmenet megalkotásakor három zárthelyit ütemeztem be, egyet az előadáson, kettőt pedig a gyakorlatokon. Természetesen mindhárom dolgozatot lehetett egy későbbi időpontban pótolni vagy javítani.

2.2. A kísérlet lefolytatása

A szemeszter 2018 tavaszán rendben lezajlott. Technikai problémánk nem volt, minden számítógép minden alkalommal hibátlanul működött. Betegség, bombariadó stb. sem hátráltatta munkánkat. Az előadásokat 48 fő hallgatta, a gyakorlatokon 24-24-en vettek részt. A sikertelen teljesítések aránya megegyezett a korábbi évek arányaival. Ezt sikernek könyvelhetjük el, mert ezt feleannyi kontakt órában, illetve feleannyi próbálkozási lehetőség során értük el.

A korábbi évekhez hasonlóan megfigyelhető volt, hogy a teljesítők és a nem teljesítők pontszáma között egy jókora hézag tátong. A hallgatókat teljesítményük szerint gyakorlatilag két jól elkülönülő csoportra lehetett osztani. A két csoportot kb. 20%-os teljesítménykülönbség választotta el. Ezt valószínűleg úgy magyarázhatjuk, hogy aki motiválatlan volt, és csak minimális időt fektetett be a matematika tanulásba, az már az elején lemaradt. Aki viszont együttműködő volt, odafigyelt az előadásokon és a gyakorlatokon, az könnyedén elérte legalább az elégséges szintet. Feladatunk tehát a lemaradókat minél hamarabb felfedezni, és bevonni a munkába. Sajnos ez a jelenlegi csoportlétszámok mellett nagyon nehéz.

A motiválatlanság mellett a másik probléma a középiskolából hozott tudás felületessége. [7] Erre megoldás lehet a szemeszter elején egy szintfelmérő írása. Ez alapján lehetne a hallgatókat „kezdő” és „haladó” csoportra osztani, és a kezdőket felzárkóztatni. Ez történhetne differenciáltan kitűzött plusz házi feladatokkal, illetve ösztönözhetnénk a hallgatókat a „Matematika 0.” elnevezésű, „C” típusú (tehát választható) tantárgy felvételére.

Érdemes még megemlíteni a következőt. A hallgatók előre megbeszélt időpontban és előre meghirdetett témából írták az első, 45 perces zárthelyi dolgozatot. Csak zsebszámológépet és az általunk kiadott képletgyűjteményt használhatták. (A képletgyűjtemény többek között tartalmazza a fontosabb trigonometrikus azonosságokat, az elemi függvények deriváltjait és integráljait, illetve a deriválási és integrálási szabályokat is.)

Miután beszedtem a hallgatók munkáit, következett egy előre nem bejelentett feladat. Kiosztottam ugyanazt a zárthelyi feladatsort még egyszer, és az év végi jegybe beleszámító pluszpontokat ajánlottam fel azért, ha számítógép segítségével újra megoldják a kitűzött gyakorlatokat. Használhatta mindenki a saját füzetét, és természetesen rendelkezésre állt az internetkapcsolattal rendelkező számítógép is. Az eredmény: nagyon sok olyan hallgató volt, aki (annak ellenére, hogy mindent lehetett használni,) egyetlen feladatot sem tudott megoldani. Ez azt jelenti, hogy nem tudták a WolframAlpha szintaktikáját, nem figyeltek oda a gyakorlatokon, nem jegyzetelték le a füzetükbe az új ismereteket, és webes kereséssel sem akadtak nyomára.

3. Tapasztalatok, eredmények

Az alábbiakban néhány pontban tömören összefoglalom a tapasztalatokat.

A számítógépi matematika szintaktikáját is meg kell tanítani / tanulni. [6] Sajnos ez messze nem egységes. A számítógépes intelligencia (például a WolframAlpha) még azok számára is tartogat meglepetéseket, akik valamelyik táblázatkezelőben (például az Excelben) jól elboldogulnak a képletekkel. A hallgatók számára a legszokatlanabb a képletek egyetlen sorba írása, illetve a sok egyforma zárójel egymásba ágyazása volt.

Aki angolul tud, az nagy előnyben van a más nyelveket beszélőkkel, illetve az idegennyelv-tudással nem rendelkezőkkel szemben. Ez utóbbi hallgatóknak a leghasznosabb a számítógépes matematika olyan súgója, amelyben rengeteg példafeladat megoldása szerepel.

Az ingyenes WolframAlpha csak a végeredményt mutatja, ez igazából csak a papíron megoldott feladatok ellenőrzésére alkalmas (vagy mint azt a következő bekezdésben látni fogjuk, még arra sem). Komolyabb tanuláshoz előfizetés szükséges, mert akkor a megoldás lépéseit is megkapjuk.

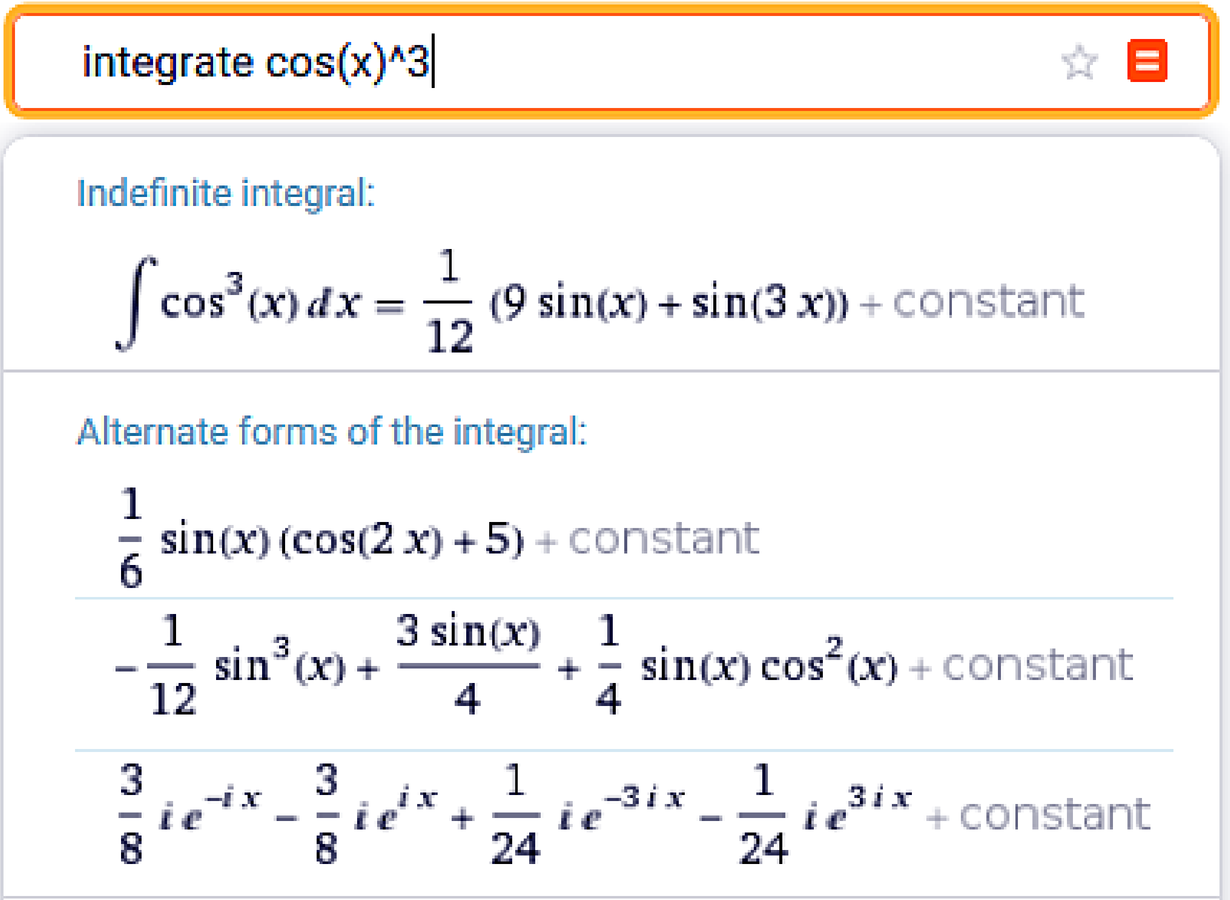
Bár a számítógép a végeredményt többféle alakban is megadja, sokszor nehéz átlátni, hogy ezek valamelyike megegyezik a papíron kiszámolt eredménnyel. A végeredmény többszörös átalakítása után persze kiderül, hogy jól számoltunk, de addigra a hallgatók nagy része elbizonytalanodik.

Példaként nézzük az alábbi – az 1. ábrán megoldott – feladatot:

$$\int \cos^3 x = \int \cos^2 x \cdot \cos x = \int (1 - \sin^2 x) \cos x =$$
$$= \int \cos x - \int (\sin^2 x) \cos x = \sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C$$

1. ábra. Papíron megoldott feladat

A WolframAlpha a megoldást a 2. ábrán látható módokon adta meg. (A felső sorban bekeretezve láthatjuk a szoftver számára kiadott parancs szintaktikáját, alatta pedig a program által generált megoldásokat négyféle formátumban.)



2. ábra. A számítógép által megadott megoldások

Az utolsó sor a hallgatók számára semmit sem jelent, mert a komplex számokat – az imagionárius egységet – az építész-jelölteknek nem tanítjuk. A többi alak sem igazán hasonlít a mi papíros megoldásunkra. Tovább bonyolítja a helyzetet, a gép által adott első megoldásban egy háromszoros szög szerepel. A háromszoros szögekre vonatkozó azonosságokat a középiskolában nem tanítják, a függvény-táblázatban sem szerepelnek, ezért először ezeket le kell vezetni a két szög összegének szögfüggvényei segítségével. Ezt felhasználva tudjuk a gép által megadott formulát az általunk papíron kapott alakra hozni. Természetesen a fordított irány is működik, a papíros számolásnál kapott formulát alakítjuk tovább, hogy végül megegyezzen a gép által megadott formulával.

A WolframAlpha – és a legtöbb ismert japán zsebszámológépgyártó is – a magyar jelölésektől eltérő jelöléseket is alkalmaz. Például a trigonometrikus szögfüggvények inverzei esetén a magyarban szokásos „*arc tg (x)”* jelölés helyett a „*tan*$^{-1}$*(x)”* jelölést használják. Az „*sh(x)*” helyett „*sinh(x)*”-et, az „*ln(x)*” helyett pedig „*log(x)*”-et alkalmaznak. Ezek az eltérések persze könnyen megszokhatók, de a tapasztalat szerint a hallgatók egy része erre sem fordít kellő energiát.

Amit a hallgatók nagyon kedveltek: a szoftver azonnal vázolja a függvények grafikonjait, a kritikus helyek közelében felnagyítva is. A másik témakör, ahol nagyon jól jött a gépi segítség, a lineáris algebra volt. Például a vektorok és a mátrixok szorzásánál; az inverz mátrix meghatározásánál; vagy a determináns kiszámításakor könnyen és gyorsan le lehetett ellenőrizni a számításokat. (Megjegyzendő még, hogy több olyan zsebszámológép is forgalomban van, amelyik tud mátrixokkal dolgozni, vagy éppen a határozott integrált egy gombnyomásra kiszámítani.)

4. Összegzés

Nem mondhatjuk, hogy a tanítási kísérlet eredménytelen volt, de az kiderült, hogy sok-sok további finomhangolásra van szükség. Annál is inkább, mert nincs más választásunk: a csökkentett óraszámban és a megnövekedett csoportlétszámok mellett is le kell fektetnünk a matematikai gondolkodás és a mérnöki feladatokhoz elengedhetetlen néhány felsőbb matematikai témakör alapjait.

Irodalomjegyzék

[1] Chang , Kuo-En – Sung, Yao-Ting – Lin, Shiu-Feng (2006): „Computer-assisted learning for mathematical problem solving” Computers & Education Vol. 46. pp. 140-151.

[2] Dikovic, Ljubica (2009): „Applications GeoGebra into Teaching Some Topics of Mathematics at the College Level” ComSIS, Vol. 6. No. 2. pp. 191-203.

[3] Drijvers, Paul (2002): „Learning mathematics in a computer algebra environment: obstacles are opportunities” ZDM (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik) Vol. 34(5) pp. 221-228.

[4] Forczek, Erzsébet – Karsai, János (2000): „Computer Visualization in the Mathematics Classroom” Proceedings of the M/SET 2000 International Conference on Mathematics / Science Education and Technology, San Diego CA

[5] Güyer, T. (2008): „Computer Algebra Systems as the Mathematics Teaching Tool” World Applied Sciences Journal Vol. 3 (1) pp. 132-139

[6] Katona, János (2016): „Online matematikai szoftvercsomagok összehasonlítása.” Proceedings of the MAFIOK 2016, Székesfehérvár, Hungary, pp. 132-137.

[7] Kocsis, Imre – Sebők-Sipos, Dóra (2017): „Matematikai kompetencia- és attitűdvizsgálat mérnökhallgatók körében.” International Journal of Engineering and Management Sciences Vol. 2. (2017). No. 2. pp. 43-55.

[8] R. Wiest, Lynda (2001): The Role of Computers in Mathematics Teaching and Learning „ Computers in the Schools: Interdisciplinary Journal of Practice, Theory, and Applied Research, Vol: 17:1-2, pp. 41-55

[9] Tonisson, Eno (2013): „Students' Comparison of Their Trigonometric Answers with the Answers of a Computer Algebra System” Proceedings of the 2013 international conference on Intelligent Computer Mathematics, Bath, UK