

Az akusztika, mint a hangok fizikája

The acoustic as the physics of sounds

Rácz László

Dugonics András Piarista Gimnázium, Szeged

Összefoglalás:

A hang létrehozása, egységekre rendezése, több hang együttes megszólaltatása oly módon, hogy az esztétikai élményt adjon, a művészet feladata. A hang kialakulásának, terjedésének, együttes hatásának a vizsgálata, matematikai formulákkal történő leírása a tudomány feladata. A tudomány oldaláról megközelítve a témát egyszerű, könnyen bemutatható kísérletekkel szándékozom a hangok létrehozását, és együttes hangzásukat szemléltetni. A jelen tanulmány első részében a rezgéseket, hullámokat leíró fizikai mennyiségeket, törvényszerűségeket ismertetem. A következő rész a hanggal kapcsolatos fogalmak, jelenségek leírása. Ezután néhány, a hanggal kapcsolatos kísérletet mutatok be, amelyeknek megadom a fizikai és matematikai magyarázatát, levezetését is. Végül a hangszerek megszólalásáról írok néhány gondolatot.

Abstract:

The creation of a sound, the settlement units, multi-sounding voices combined in such a way as to provide an aesthetic experience is the task of art. It is the task of science to analyse and describe the creation and spreading of the voice with mathematical formulas. I would like to approach the issue by demonstrating the creation and combining of sounds using simple experiments. In the first part of this study i will describe the physical quantities and regularities of sounds and vibrations. Next I will perform some experiments related to sounds. Then, a few attempts, the sound are introduced which give the physical and mathematical explanation of the derivation as well. Finally I will write some thoughts about making sounds with instruments.

Kulcsszavak: rezgések, hullámok, hang, hangtani kísérletek

Keywords: vibrations, waves, sound, experiment about sounds

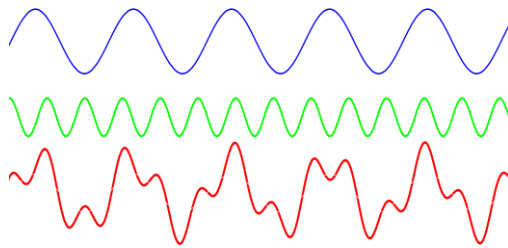
1. Rezgések, hullámok

A test, részecske rezgőmozgást végez, ha két szélső helyzete között periodikusan mozog. Amplitúdónak hívjuk a rezgés maximális kitérését. A frekvencia megmutatja az egységnyi idő alatt bekövetkező rezgések számát. Pl. 150 Hz azt jelenti, hogy 1 s alatt 150 rezgés következik be. Harmonikus rezgőmozgásról akkor beszélünk, ha a kitérés az időnek szinuszos függvényében változik:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad (1)$$

Ebben a képletben y a kitérés, ami az egyensúlyi helyzettől mért távolságot jelenti, ω a körfrekvencia, a frekvencia 2π -szerese, φ_0 a kezdőfázis. A rezgések összeadódásakor az eredő kitérést az egyes kitérések vektori eredője adja. Két harmonikus, egyirányú rezgés

összege nem szinuszos, de periodikus, tehát rezgés, amelyre példát az 1. számú ábrán láthatunk.

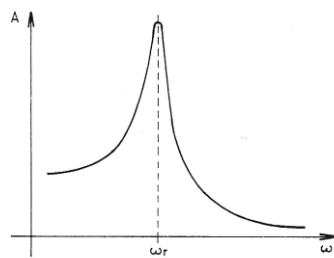


1. ábra: A rezgések összetétele

Az egyensúlyi helyzetéből kitérített, majd magára hagyott test adott rezgésszámmal végzi a mozgását. Ez a rezgésszám a sajátfrekvencia, amely a rendszer paramétereitől függ. Egy rugón függő test esetén a test tömegétől és a rugó direkciós erejétől:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} \quad (2)$$

Ha a rezgő rendszerre egy külső periodikus erő hat, akkor a rezgő test átveszi a gerjesztő erő rezgését, és a gerjesztő frekvenciával fog rezegni, rezonancia lép fel akkor, ha a gerjesztő frekvencia és a sajátfrekvencia megegyezik. Például a húr a húrlábon keresztül adja át a rezgését a hangszer testének. Rezonanciakatasztrófa akkor lép fel, ha a csillapítás kismértékű (Tacoma-híd 1941. USA). A 2. ábra a rezonanciagörbe, amely a gerjesztő körfrekvencia függvényében adja meg az amplitúdót. A függvénynek $\omega = \omega_r$ esetén van maximuma.



2. ábra: A rezonanciagörbe

A mechanikai hullám egy zavar, deformáció időbeli és térbeli terjedése valamilyen rugalmas közegben. Nem a hordozó közeg részecskéi terjednek, hanem a részecskék rezgési állapota. A hullám egyenletében (3) c a terjedési sebesség, x a hullámforrástól mért távolság [2].

$$y = A \cdot \sin \left[\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad (3)$$

A formulából kiolvasható a térbeli és az időbeli periodikusság. A hordozó közeg dimenziója szerint megkülönböztetünk vonalmenti, felületi és térbeli hullámokat. A terjedés iránya szerint transzverzális (keresztirányú) és longitudinális (hosszanti) hullámokat. A keresztirányú rezgések polarizálhatóak, azaz a terjedés iránya és a rezgés iránya által meghatározott sík állandóvá tehető. A folyamatot polarizációnak nevezzük.

A hullámot jellemzi a hullámhossz (λ), amely két legközelebbi azonos fázisú pont távolsága. A frekvencia a közeg részecskéinek a frekvenciája. A hullámhossz és a frekvencia szorzata megadja a terjedési sebességet:

$$c = \lambda \cdot f \quad (4)$$

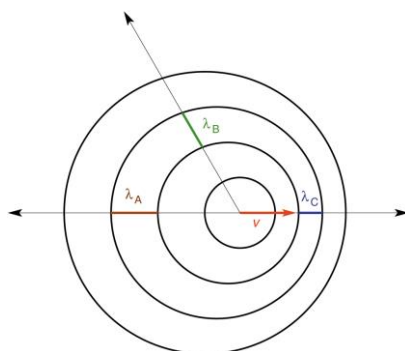
Interferencia néven foglalkozunk azokkal a jelenségekkel, amelyek két vagy több hullám (vonulat) adott pontbeli találkozásakor jönnek létre. Koherens, azaz állandó fáziskülönbségű hullámok interferenciáját szuperpozíciónak nevezzük.

2. A hang

A hang longitudinális mechanikai hullám, amely szilárd testben lehet transzverzális is. A hang létrejöttéhez szükséges a hangforrás, amely egy rezgő test, húr, lemez vagy levegőoszlop. Feltétel még a hordozó rugalmas közeg, amelyben a rezgési állapot terjed. Vákuumban nincs hang. A hang terjedési sebessége 0 °C esetén 331 m/s. A hangsebesség hőmérsékletfüggését a következőképpen adja meg:

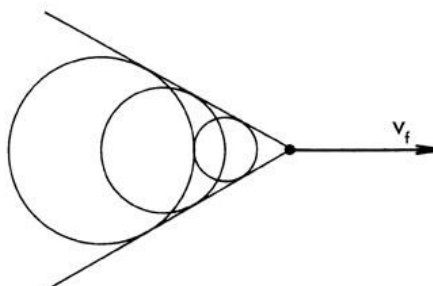
$$c = (331,5 + 0,6 \cdot T) \text{ m/s} \quad (5)$$

Az eltérő gázok esetén a terjedési sebesség különböző. Ha héliumot lélegzünk be, a nagyobb terjedési sebesség miatt a hangunk magasabb lesz. Vízben a hangsebesség 1500 m/s, míg keményfában a rostok irányában akár 5000 m/s is lehet. Az emberi fül által érzékelt hang frekvencia-tartománya 20 Hz - 20 000 Hz. 20 Hz alatt infrahangról, 20 000 Hz felett ultrahangról beszélünk. Az ultrahangnak szerepe van az állatok kommunikációjában, felhasználják az iparban, gyógyászatban, orvosi diagnosztikában. A frekvencia határozza meg a hangmagasságot. Az életkor előrehaladtával az érzékelés felső határa általában csökken. A hangok különbségét, vagyis a hangközöket a frekvenciák aránya határozza meg. Például az oktáv 2:1 (880-440 Hz), a kvint 3:2, a kvart 4:3 arányt jelent. A dúr hangsor hangjai 1, 9/8, 5/4, 4/3, 3/2, 5/3, 15/8, 2 frekvencia arányban követik egymást. A beszédhang körülbelül egy oktáv, férfiaknál 100-200 Hz, nőknél 150-300 Hz. A hangerősséget jellemzi a hangintenzitás (hangenergia-áram sűrűség), amely az időegység alatt egységnyi felületen átáramló energiát jelenti. Mértékegysége W/m^2 . Az éppen hallható hang 10^{-12} W/m^2 , a fájdalomküszöb 1 W/m^2 . A nagyon nagy különbségek miatt használják a logaritmikus decibel skálát, amelyben az intenzitások arányának a logaritmusát adják meg (viszonyszám) [2]. Ebben a skálában a hallásküszöb 0 dB, a színházi csend 30 dB, koncert, disco 100 dB, a fájdalomküszöb 120 dB, a sugárhajtású repülőgép hangja 30 m-ről 150 dB. A doppler jelenséget akkor tapasztaljuk, ha a megfigyelő és a hangforrás egymáshoz képest mozog. Közeledéskor magasabb hangot észlelünk, távolodáskor alacsonyabbat, mint a hangforrás által kiadott hang. A C-vel jelölt irányban hullámhossz-csökkenés, azaz frekvencia-növekedés figyelhető meg, az A-vel jelölt irányban pedig fordítva (3. ábra).



3. ábra: Doppler-effektus

Hangrobbanás akkor jön létre, amikor a hullámforrás sebessége átlépi a hangsebességet. Az egymásra rakódó hanghullámok miatt ilyenkor kis térrészben nagy energia áramlik, amely a földfelszínen is végigsöpör. Ez tapasztalható a vadászrepülőgépek esetén, vagy ostorcsapáskor is. Ha a hullámforrás sebessége nagyobb, mint a hang terjedési sebessége, akkor a hullámfrontok burkolója egy kúpfelület (4. ábra).



4. ábra: Mach-kúp

A mach-szám (M) megmutatja, hogy a hullámforrás sebessége hányszorosa a hullám adott közegbeli sebességének.

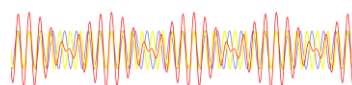
3. Hangtani kísérletek, a hullámokkal kapcsolatos jelenségek

A hang ugyanúgy rendelkezik hullámtulajdonságokkal, mint minden mechanikai hullám. Ilyen tulajdonság a visszaverődés, törés, elhajlás, elnyelődés, interferenciára való készség. Ebben a pontban ezeknek a szemléltetésére írok le néhány kísérletet.

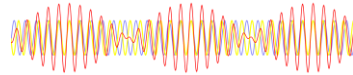
-A lebegés jelensége két hangvillával

A lebegés két közel azonos frekvenciájú rezgés eredője, amely a hang lüktetését eredményezi. Az egyes frekvencia-arányokhoz tartozó eredőket az 5. ábrán láthatjuk.

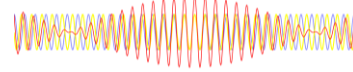
$$f_1 : f_2 = 21 : 24$$



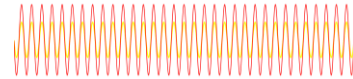
$$f_1 : f_2 = 22 : 24$$



$$f_1 : f_2 = 23 : 24$$



$$f_1 : f_2 = 24 : 24$$



5. ábra: Lebegés

A jelenség matematikailag a következő formában írható le:

$$y_1(t) = A \cdot \sin \omega_1 t, \quad y_2(t) = A \cdot \sin \omega_2 t \quad (6)$$

a két rezgés kitérése az idő függvényében, az eredő rezgés:

$$y(t) = A \cdot \sin \omega_1 t + A \cdot \sin \omega_2 t = 2A \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \quad (7)$$

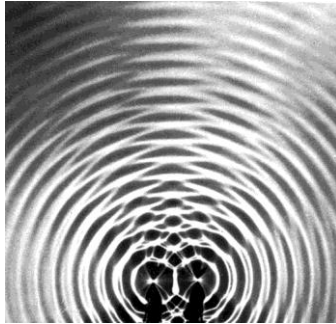
A (7) kifejezésből látható, hogy az amplitúdó periodikusan változik:

$$A^* = 2A \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \quad (8)$$

Ennek a lüktetése annál lassabb, minél kisebb az $\omega_1 - \omega_2$ különbség, azaz minél közelebb van a két hang egymáshoz [2]. Ezt be lehet mutatni például egy gitár két azonos hangon lefogott húrjával [3]. Ha nem pontosan egyezik meg a két frekvencia, akkor a hangerősség ismétlődő erősödését, gyengülését vehetjük észre. Hangolással ez a jelenség megszűnik. Két közel azonos frekvenciájú hangvillával is szemléltethető a jelenség. [1]

- Interferencia a hangvilla két ága között

Az interferencia koherens hullámok találkozásakor kialakuló jelenség. Az 6. ábrán víz hullámok interferenciája látható két hullámforrással.



6. ábra: Interferencia felületi hullámok találkozásakor

Adott pontban azonos fázis esetén erősítést, ellentétes fázisú találkozásakor gyengítést, kioltást figyelhetünk meg. Az erősítés feltétele az, hogy az adott pontban az útkülönbség a félhullámhossz páros számú többszöröse legyen [2]:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \frac{\lambda}{2} \cdot 2k, k \in Z \quad (9)$$

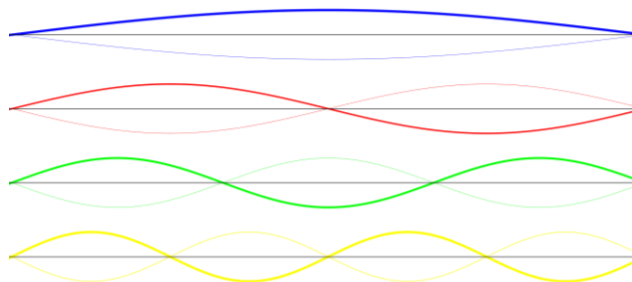
A gyengítés feltétele az, hogy az útkülönbség a félhullámhossz páratlan számú többszöröse legyen [2]:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \frac{\lambda}{2} \cdot (2k + 1), k \in Z \quad (10)$$

Az állandó fáziskülönbségű pontok mértani helye hiperbola. Az ábrán több hiperbola ág is megkülönböztethető. Az interferenciát megfigyelhetjük úgy, hogy a megszólaltatott hangvillát a fülünk elé tesszük. A hangvilla két ága egy-egy hullámforrás, amelyből koherens hullámok indulnak ki. Ha a hangvillát forgatjuk, akkor a hang erősödését illetve gyengülését halljuk. [1]

- Állóhullámok a húron

Állóhullám úgy jöhet létre, hogy a húron haladó, illetve a rögzített végről visszaverődő, egymással szemben haladó hullámok állandó fáziskülönbséggel találkoznak adott pontban. Olyan frekvenciák esetén következhet be, amely esetén egész számú duzzadóhely, illetve csomópont jelenik meg a húron (7. ábra).

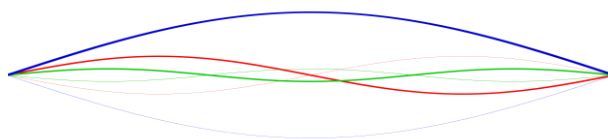


7. ábra: Állóhullámok húron

A csomópont nélküli rezgés az alaprezgés. Általában ez szól a lehangosabban, Az 1,2,3,... csomóponttal rendelkező rezgéshullámok a felharmonikusok, röviden felhangok. A frekvenciák aránya $f_1 : f_2 : f_3 : f_4 = 1 : 2 : 3 : 4$. Az alaphang és az első felhang aránya 1:2, azaz oktáv hangköznek felel meg, az első és a második felhang arány 2:3, azaz kvint hangköz.

- Üveghang a húron

A megpendített húron egyszerre szólal meg az alaprezgés a felhangokkal együtt (8. ábra).

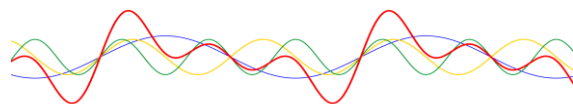


8. ábra: Különböző állóhullámok egy húron

Ha megszüntetjük az alaprezgést, akkor az első felhang hangzik legerősebben. Ezt úgy érzük el, hogy finoman hozzáérünk a rezgő húr felezési pontjához. Ha a húr harmadánál érintjük meg a húrt, akkor a második felhangot halljuk. További üveghangokat úgy kapunk, hogy a negyedénél, ötödénél, stb. érintjük meg a húrt. Ezek egyre halkabban jelennek meg. [1]

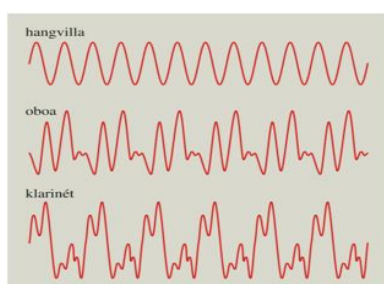
- Hangszín a húr esetén

A hangszínt az alaphang és a felhangok aránya, összetétele határozza meg (9. ábra).



9. ábra: Hangszín, rezgések eredője

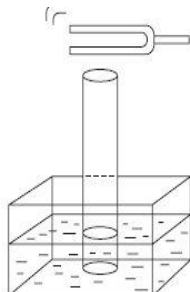
Az ábrán a késsel jelölt alaprezgéshez a sárga, illetve zöld színnel jelölt első és második felhangot adjuk hozzá. A pirossal jelölt eredő rezgés alakja a hangszínt határozza meg. A hangszín a hangszerre jellemző, de függ a megszólaltatás módjától. Hegedű esetén eltérő hangszínt kapunk, ha vonóval szólaltatjuk meg, vagy ha pengetjük. A harmonikus hullámot tiszta hangnak nevezzük (pl. hangvilla). A harmonikus rezgések által létrehozott rezgés a zenei hang. Néhány hangszer hangszínt jelentő rezgés képét láthatjuk a 10. ábrán.



10. ábra: Hangszerek rezgése

- A hangsebesség mérése rezonáló légoszloppal

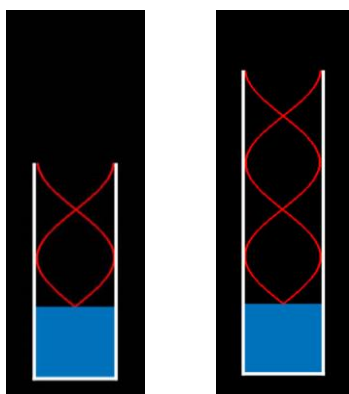
Vízzel teli üveghengerbe egy műanyag csövet tolunk. A cső szabad végéhez ismert frekvenciájú (pl. 440 Hz, normál „a”) megpendített hangvillát teszünk, és változtatjuk a merülés mélységét (11. ábra).



11. ábra: A hangsebesség mérése

Bizonyos levegőoszlop nagyságok esetén, a hangvilla rezgése felerősödik, Ilyenkor állóhullám jön létre a levegőoszlopban, a levegő átveszi és felerősíti a hangvilla rezgését [1]. A nyitott végnél duzzadóhely, a vízfelszínnél csomópont alakul ki. A csövet tovább emelve egy adott magasságnál újból rezonanciát tapasztalunk (12. ábra). Mérjük meg a levegőoszlopok hosszát mindkét esetben. A különbségük a félhullámhosszal egyenlő. Innen a terjedési sebesség a hullámhossz és a frekvencia szorzataként meghatározható.

$$c = \lambda \cdot f \approx 340 \frac{m}{s} \quad (11)$$



12. ábra: Rezonáló légoszlopok

4. A hangszerek megszólalása

Egy hangszer megszólalásának szükséges feltételei a hangforrás, amely lehet rugalmas szilárd test - húr, pálca, lemez- vagy levegőoszlop, illetve a hangszer teste, amely rezonátor és hangsugárzó, azaz átveszi a rezgést, és azt felerősíti. A hangforrás és a hangszer teste együtt határozza meg a hangszínt és a hangerősséget. Szép, erős hangzást jól elkészített hangszer tud létrehozni. Ennek a megalkotásához, új hangszerek megépítéséhez fel lehet használni a modern tudományok - az akusztika, a mérés- és anyagtudományok, a számítástechnika-eredményeit is.

Következtetések

Természetesen az általam leírt kísérleteken kívül nagyon sok, érdekes jelenség bemutatásával tudjuk szemléltetni a hangok kialakulását, együttes megszólalását. Ezen kívül nagyon érdekes lehet még azt megismerni, hogy az élőlények -köztük az ember is- milyen módon érzékelik, és bocsátják ki a hangot. A művész, a zenehallgató, a zenét tanító ember számára alapvető fontosságú az akusztikai fogalmak, jelenségek ismerete. A dokumentációban szereplő szerkesztéseket geogebra programmal állítottam elő [4]. Ezzel a szerkesztő programmal animációkat is létre lehet hozni, amellyel még szemléletesebbé tehető a hang létrejötte.

Irodalomjegyzék:

- [1] FIZIKAI KÍSÉRLETEK GYŰJTEMÉNYE I. (2001) Typotex (Juhász András)
- [2] Budó Ágoston Kísérleti fizika I. (1970) Nemzeti Tankönyvkiadó (1997)
- [3] Művészeti motivációs példák a fizika tanításához TDK, Molnár Milán Szeged 2007.
- [4] geogebra.com

Szerző

Rácz László: Dugonics András Piarista Gimnázium, Szeged, Koszorú u. 53. 6757,
raczl47@gmail.com